U. Kirchgraber/E. Stiefel

Methoden der analytischen Störungsrechnung
und ihre Anwendungen

Leitfäden der angewandten Mathematik und Mechanik

Unter Mitwirkung von

Prof. Dr. E. Becker, Darmstadt
Prof. Dr. G. Hotz, Saarbrücken
Prof. Dr. P. Kall, Zürich
Prof. Dr. K. Magnus, München
Prof. Dr. E. Meister, Darmstadt
Prof. Dr. Dr. h.c. F. K. G. Odqvist, Stockholm
Prof. Dr. Dr. h.c. Dr. h.c. Dr. h.c. E. Stiefel, Zürich

herausgegeben von

Prof. Dr. Dr. h.c. H. Görtler, Freiburg

Band 44

B.G. Teubner Stuttgart

Methoden der analytischen Störungsrechnung und ihre Anwendungen

Von Dr. sc. math. Urs Kirchgraber
Eidg. Technische Hochschule Zürich

und Dr. math. Eduard Stiefel
o. Professor an der Eidg. Technischen Hochschule Zürich

Mit 39 Figuren und zahlreichen Beispielen

B. G. Teubner Stuttgart 1978

Dr. sc. math. Urs Kirchgraber

Geboren 1945 in Zürich. Von 1964 bis 1969 Studium der Mathematik und Physik, 1972 Promotion an der ETH Zürich. Von 1969 bis 1975 Assistent am Seminar für Angewandte Mathematik der ETH. Seit 1975 Oberassistent und Lehrbeauftragter am Mathematik-Seminar der ETH. 1977/78 Gastaufenthalt an der Universität Würzburg.

Prof. Dr. math. Eduard Stiefel

1909 geboren in Zürich. 1928 bis 1932 Studium der Mathematik an der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich, 1932 bis 1933 Studium in Hamburg und Göttingen. 1935 Promotion, 1936 bis 1942 wissenschaftlicher Assistent, 1942 Privatdozent, 1943 ord. Professor, 1948 Direktor des Instituts für Angewandte Mathematik an der ETH Zürich. 1956 Präsident der Schweizerischen Mathematischen Gesellschaft. 1966 bis 1970 Präsident des Schweizerischen Komitees für Raumforschung. 1968 Professeur agrée de l'Université Libre de Bruxelles. 1970 bis 1974 Präsident der Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik. Mitglied der Deutschen und Norwegischen Akademie der Wissenschaften. 1971 Dr. h.c. Universität Louvain, 1974 Dr. h.c. Universität Würzburg, 1975 Dr. h.c. Technische Universität Braunschweig.

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Kirchgraber, Urs:
Methoden der analytischen Storungsrechnung und ihre Anwendungen/von Urs Kirchgraber u. Eduard Stiefel.—1. Aufl.—Stuttgart: Teubner, 1978.
(Leitfaden der angewandten Mathematik und Mechanik; Bd. 44)

ISBN 978-3-322-92148-2 ISBN 978-3-322-92147-5 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-322-92147-5

NE Stiefel, Eduard:

Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1978

Satz: Universities Press Ltd., Belfast

Vorwort

Dieses Buch (es ist aus Vorlesungen und Vorträgen entstanden, die die Verfasser an der ETH, Zürich, an der Universität Texas in Austin und anderswo gehalten haben) möchte eine Einführung in die Mittelwertmethode bei gewöhnlichen Differentialgleichungssystemen geben, die auch neueren Entwicklungen Rechnung trägt. Diese Methode hat sich in Theorie und Anwendung als so fruchtbar erwiesen, daß es gerechtfertigt erscheint, ihr auch ein Buch in der LAMM-Reihe zu widmen. Es gliedert sich wie folgt: Formale Untersuchungen (erstes und drittes Kapitel), Anwendungen (zweites Kapitel), mathematische Begründung der Methode (viertes Kapitel).

Das Buch besitzt folgende Merkmale, auf die hingewiesen sei: (i) Wir entwickeln die Mittelwertmethode konsequent auf der Grundlage der Lieschen Reihen und befassen uns ausführlich mit den Implikationen dieses Grundkonzepts. (ii) Wir versuchen, anwendungsnahe Beispiele vorzuführen, insbesondere werden auch höherdimensionale Probleme behandelt. Wann immer möglich leiten wir die zu Grunde liegenden Differentialgleichungen her oder interpretieren sie zumindest. (iii) Obwohl wir uns mit diesem Buch an anwendungsorientierte Mathematiker, Ingenieure und Naturwissenschaftler richten, haben wir es für richtig gehalten, im theoretischen Teil des Buches auch tiefliegende Resultate herzuleiten. Wir haben uns jedoch um einfache und durchsichtige Beweise bemüht, die wir ausführlich darlegen. Auch in den theoretischen Teilen wird immer wieder die Brücke zu den Anwendungen geschlagen.

An Vorkenntnissen setzt das Buch die üblichen Vorlesungen über Analysis und Lineare Algebra voraus, wie sie in den ersten vier Semestern an Hochschulen geboten werden.

Die Verfasser haben die Freude, sich bei verschiedenen Persönlichkeiten zu bedanken, die in der einen oder anderen Weise zum Zustandekommen dieses Buches beigetragen haben und zwar bei:

Herrn H. Rüssmann, Mainz, für einen neuen Beweis des Twist-Theorems, der in dieses Buch Eingang gefunden hat; Herrn H. W. Knobloch, Würzburg, für Anregungen zu den Fehlerabschätzungssätzen und Diskussionen über die Theorie der Integralmannigfaltigkeiten; Herrn J. Henrard, Namur, für Gespräche über die formalen und mathematischen Aspekte der Störungstheorie; Herrn N. Sigrist, Zürich, für seine Untersuchungen zur kanonischen Störungstheorie und zu den Anwendungen des Twist-Theorems, die uns beeinflußt haben; Herrn M. Vitins, Zürich, für seine Beiträge zur Kreisel- und Satellitentheorie, die verwendet wurden und endlich bei Herrn F. Spirig, Zürich, für seine Arbeiten über algebraische Aspekte der Störungstheorie, die wir benutzt haben.

Die folgenden Herren haben Teile des Manuskripts überprüft und Druckfahnen gelesen: F. Spirig, K. Flöscher, W. Hein, K. Nipp.

Ein Wort des Dankes gebührt unserer Sekretärin, Frau C. Blum, die die Reinschrift dieses typographisch anspruchsvollen Buches mit Einfühlung und speditiv besorgt hat.

Schließlich danken wir dem Verlag für seine Geduld und die gute Zusammenarbeit.

Zürich, im Sommer 1978 U. Kirchgraber E. Stiefel

Inhalt

Einführung 1

Kapitel I 15
1 Transformation von Differentialgleichungssystemen, Elemente . . . 15
1.1 Autonome Systeme 15
1.2 Das Transformieren von Differentialgleichungssystemen . . . 15
1.3 Elementtransformationen 17
2 Die Störungsgleichungen 21
2.1 Notationen 21
2.2 Die grundlegenden Formeln 22
2.3 Die Störungsgleichungen 26
2.4 Der Zusammenhang mit der Mittelwertmethode 30
3 Integration der Störungsgleichungen 32
3.1 Mittelwert- und Integrationsoperator 32
3.2 Die Integration der Störungsgleichungen 34
3.3 Unwesentlich ausgeartete Systeme 38
Kommentare und Literaturhinweise zu Kapitel I 47

Kapitel II 49
4 Kreiselprobleme 49
4.1 Dynamische Grundlagen der Kreiseltheorie 49
4.2 Der schnelle Kreisel 58
5 Das Satellitenproblem 69
5.1 Die Bewegungsgleichungen 70
5.2 Elemente 78
5.3 Die Störungsrechnung 81
5.4 Diskussion der Bewegung 85
5.5 Verschwindende Nenner 87
6 Bifurkation periodischer Lösungen 88
6.1 Ein autonomes System mit einer Familie von Gleichgewichtslösungen 88
6.2 Die Hauptbetrachtung 90
6.3 Beweis des Lemmas 94
6.4 Anwendung auf ein neuro-biologisches Problem 98
Kommentare und Literaturhinweise zu Kapitel II 101

Kapitel III 103
7 Strukturbetrachtungen 103
7.1 Vorbereitungen 104

7.2 Erste Resultate 106
7.3 Unwesentlich ausgeartete Systeme 110
8 Hamiltonsche Differentialgleichungssysteme 111
8.1 Kanonische Systeme und Transformationen 112
8.2 Störungsprobleme, Elementtransformationen 114
8.3 Die Störungsgleichungen 116
8.4 Die Integration der Störungsgleichungen 118
8.5 Gekoppelte harmonische Oszillatoren 121
9 Singularitäten 129
9.1 Einführende Betrachtungen 130
9.2 Modifizierte Störungstheorie 133
9.3 Anwendungen 143
9.4 Begründung der modifizierten Störungstheorie 145
10 Algebraische Aspekte der Störungstheorie 158
10.1 Bezeichnungen 159
10.2 Die Hausdorff-Campbell-Formel 161
10.3 Die Zusammensetzung zweier Lie-Reihen 167
10.4 Eine Herleitung der Störungsgleichungen 170
Kommentare und Literaturhinweise zu Kapitel III 171

Kapitel IV 173
11 Fehlerabschätzungen 173
11.1 Transformation durch Lie-Reihen 173
11.2 Ein Approximationslemma 181
11.3 Fehlerabschätzungen für die Mittelwertmethode 184
11.4 Anwendungen 190
11.5 Fehlerabschätzung unter Benutzung einer Liapunov-Funktion 196
11.6 Ein Resonanzproblem 200
12 Invariante Mannigfaltigkeiten bei dissipativen Systemen 207
12.1 Invariante Mannigfaltigkeiten für Abbildungen 207
12.2 Differenzierbarkeitseigenschaften der invarianten Mannigfaltigkeit 219
12.3 Existenz invarianter Tori 226
12.4 Anwendung 235
13 Invariante Mannigfaltigkeiten bei Hamiltonschen Systemen 239
13.1 Einführende Betrachtungen, das Twist-Theorem 239
13.2 Der Beweis des Twist-Theorems 246
13.3 Stabilität periodischer Lösungen 268
Kommentare und Literaturhinweise zu Kapitel IV 284

Referenzliste 286

Sachverzeichnis 293