

Werner Lechner
Norbert Lohl

Analyse digitaler Signale

Aus dem Programm Nachrichtentechnik

Signale

von F. R. Connor

Rauschen

von F. R. Connor

Modulation

von F. R. Connor

Signalübertragung

von H. Schumny

Schaltungen der Nachrichtentechnik

von D. Stoll

Datenfernübertragung

von P. Welzel

System- und Signaltheorie

von O. Mildemberger

Informationstheorie und Codierung

von O. Mildemberger

Vieweg

Werner Lechner
Norbert Lohl

Analyse digitaler Signale

**Grundlagen und Anwendungen
mathematischer Analysemethoden
auf diskrete Zeitfolgen**

Mit 67 Bildern und 31 Aufgaben mit Lösungen

Herausgegeben von Wolfgang Schneider



Friedr. Vieweg & Sohn Braunschweig / Wiesbaden

Der Verlag Vieweg ist ein Unternehmen der Verlagsgruppe Bertelsmann International.

Alle Rechte vorbehalten.

© Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig 1990



Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

ISBN-13: 978-3-528-04727-6 e-ISBN-13: 978-3-322-89465-6
DOI: 10.1007/978-3-322-89465-6

Vorwort

Das vorliegende Buch **Analyse digitaler Signale**, Grundlagen und Anwendungen mathematischer Analysemethoden auf diskrete Zeitfolgen, stellt die wichtigsten Verfahren zur Analyse digitaler Signale vor:

- Digitale Filtertechnik
- Frequenzanalyse-Verfahren
- Regressions- und Korrelationsverfahren
- Trendanalyse-Verfahren
- Modellierung von Zufallsprozessen
- Kalmanfiltertechnik.

Neben den dazu notwendigen mathematischen Grundlagen werden einfache Anwendungsbeispiele zur besseren Erläuterung der behandelten Verfahren vorgestellt.

Die Idee zu diesem Buch entstand, als die beiden Autoren bei ihrer Arbeit über viele Jahre hinweg feststellten, daß es eine geschlossene Darstellung der Analysemethoden auf der Grundlage statistischer Erkenntnisse in der nationalen und internationalen Literatur nicht gab und bis heute nicht gibt. So machten sie aus der Not eine Tugend und glauben, auf diesem Wege für die Ausbildung an Universitäten, Hochschulen, Fachhochschulen aber auch für die Arbeit an Forschungsinstitutionen und bei der industriellen Anwendung endlich eine überschaubare Basis für die statistische Auswertung von digitalen Meßfolgen mit dem vorliegenden Werk geschaffen zu haben.

Die Techniken der Analyse digitaler Signale geschickt zu nutzen und zusammenzuführen ist die Aufgabe der Systemingenieure. Die Autoren möchten mit diesem Fachbuch zur Anwendung dieser Verfahren ermuntern und sie wünschen sich, daß die mathematischen Verfahren der Statistik aus dem Schattendasein theoretisch-mathematischer Abhandlungen endlich hervortreten und sich dem Ingenieur in der beruflichen Praxis damit ein äußerst nützliches Handwerkszeug erschließt.

Anregungen für Änderungen und Erweiterungen nehmen die Autoren gerne entgegen und danken auf diesem Wege dem Herausgeber, Herrn Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Schneider, und der Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH für die gewährte Unterstützung beim Entstehen dieses Buches.

Die Autoren danken vor allem aber ihren Lehrern an der Technischen Universität Braunschweig, Herrn Prof. Dr.-Ing. Werner Leonhard, bzw. Herrn Prof. Dr.-Ing. Gunther Schänzer, für die systematische Hinführung zu dem Thema des Buches und für viele richtungsweisende fachliche Hinweise.

Braunschweig und Hannover, 1990

Werner Lechner und Norbert Lohl

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Mathematische Grundlagen	5
2.1	Lineare Gleichungssysteme	6
2.1.1	Zustandsvariablen-Darstellung	6
2.1.2	Rechenregeln für Matrizen	12
2.1.3	Transformationsmatrizen	20
2.2	Wahrscheinlichkeitsrechnung	23
2.2.1	Mittelwerte und Varianzen	23
2.2.2	Häufigkeitsverteilungen	25
2.2.3	Definitionen der Wahrscheinlichkeit	26
2.2.4	Bedingte Wahrscheinlichkeiten	27
2.2.5	Folgen unabhängiger Ereignisse	28
2.2.6	Folgen abhängiger Ereignisse	30
2.2.7	Normalverteilung	32
2.2.8	Erwartungswerte	34
2.3	Komplexe Rechnung	35
2.3.1	Elementare Rechenregeln	36
2.3.2	Exponentialdarstellung	38
2.3.3	Höhere Rechenarten	39
2.4	Differentialgleichungen	41
2.5	Aufgaben	43
3	Digitale Filtertechnik	47
3.1	Grundbegriffe der Filtertechnik	48
3.1.1	Definition eines Filters im Frequenzbereich	49
3.1.2	Definition eines Filters im Zeitbereich	51
3.1.3	Grundbegriffe digitaler Filtertechnik	52

3.2	Berechnung linearer Filter	55
3.2.1	Filterkoeffizienten bei bekannter Zeitfunktion	56
3.2.2	Filterkoeffizienten bei bekanntem Frequenzgang	58
3.2.3	Filterkoeffizienten einer Differentialgleichung	60
3.3	Aufgaben	66
4	Frequenzanalyse-Verfahren	71
4.1	Diskrete Fouriertransformation	73
4.1.1	Festlegen der Parameter der Fourierreihe	73
4.1.2	Allgemeine Berechnung der Fourierkoeffizienten	75
4.1.3	Kontrolle der Fourierkoeffizienten	78
4.1.4	Komplexe Form der Fourierreihe	79
4.2	Fast Fourier Transformation (FFT)	82
4.2.1	Spiegelung der Einheitswurzeln	83
4.2.2	Matrizendarstellung der Einheitswurzeln	87
4.2.3	Schmetterlingsdiagramme	89
4.3	Anwendung der FFT-Algorithmen	91
4.3.1	Reelle Funktionen	92
4.3.2	Anwendung von Fensterfunktionen	92
4.4	Aufgaben	95
5	Regressions- und Korrelationstechniken	101
5.1	Ausgleichen einer Meßfolge (Regression)	102
5.1.1	Grundbegriffe der Regression	102
5.1.2	Prinzip der kleinsten Fehlerquadrate	106
5.1.3	Lineare Regression	107
5.1.4	Nichtlineare Regression	113
5.1.5	Mehrdimensionale Regression	124
5.2	Korrelation zwischen Meßdaten	130
5.2.1	Grundbegriffe der Korrelation	131
5.2.2	Korrelationskoeffizient	134
5.2.3	Definition der Korrelationsfunktionen	136
5.2.4	Mehrdimensionale Korrelation	149
5.3	Zusammenhang von Zeit- und Frequenzbereich	153
5.4	Aufgaben	161

6	Trendanalyse-Verfahren	163
6.1	Prinzipien der Trendanalyse	163
6.2	Herleitung eines variablen Trendfilters	166
6.3	Charakterisierung eines Trendfilters	176
6.4	Mehrfach-Filterung	182
6.5	Aufgaben	187
7	Modellierung von Zufallsprozessen	189
7.1	Prinzip der Modellierung	189
7.2	Autoregressive Prozesse (AR)	194
7.3	Moving Average Prozesse (MA)	207
7.4	Kombinierte Prozesse (ARMA, ARIMA)	218
7.5	Aufgaben	224
8	Kalmanfiltertechnik	227
8.1	Grundprinzip der Kalmanfiltertechnik	229
8.1.1	Optimale Kombination von Meßwerten	230
8.1.2	Rekursive Zustandsschätzung	232
8.2	Allgemeine Gleichungen des Kalmanfilters	233
8.2.1	Herleitung der Filtergleichungen	234
8.2.2	Adaptiver Filteralgorithmus	236
8.2.3	Rückwärtsfilterung von Meßdaten	237
8.2.4	Zusammenstellung der Filtergleichungen	241
8.3	Anwendungsbeispiel eines Kalmanfilters	242
8.3.1	Verstärkungs- und Kovarianzmatrix	245
8.3.2	Zustandsvektor	248
8.4	Aufgaben	249
	Literaturverzeichnis	253
	Sachwortverzeichnis	259