

Anwendung programmierbarer Taschenrechner

Band 1

Helmut Alt

**Angewandte Mathematik
Finanzmathematik
Statistik
Informatik**

für UPN-Rechner



Friedr. Vieweg & Sohn Braunschweig/Wiesbaden

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Alt, Helmut:

Angewandte Mathematik, Finanzmathematik,
Statistik, Informatik für UPN-Rechner / Helmut Alt.
– Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg, 1979.
(Anwendung programmierbarer Taschenrechner;
Bd. 1)

Alle Rechte vorbehalten

© Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig 1979

Die Vervielfältigung und Übertragung einzelner Textabschnitte, Zeichnungen oder Bilder, auch für Zwecke der Unterrichtsgestaltung, gestattet das Urheberrecht nur, wenn sie mit dem Verlag vorher vereinbart wurden. Im Einzelfall muß über die Zahlung einer Gebühr für die Nutzung fremden geistigen Eigentums entschieden werden. Das gilt für die Vervielfältigung durch alle Verfahren einschließlich Speicherung und jede Übertragung auf Papier, Transparente, Filme, Bänder, Platten und andere Medien.

Satz: Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig

Druck: C. W. Niemeyer, Hameln

Buchbinder: W. Langelüdecke, Braunschweig

ISBN 978-3-528-04150-2

ISBN 978-3-322-89445-8 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-322-89445-8

Vorwort

Die mit dem vorliegenden Band 1 eröffnete Reihe *Anwendung programmierbarer Taschenrechner* bietet dem Leser eine breite Palette von Aufgabenstellungen aus Gebieten der Natur- und Wirtschaftswissenschaften, für die Programme zur numerischen Lösung erarbeitet wurden. Dieser Band führt den Leser in das Programmieren von Taschenrechnern ein, die nach dem Prinzip der Umgekehrten Polnischen Notation (UPN-Technik) arbeiten, und bringt Beispiele aus den Bereichen der angewandten Mathematik, der Finanzmathematik, der Statistik und der Informatik. Dabei wird besonders Gewicht auf eine rationelle und leicht überschaubare Programmierung als Hilfsmittel zur Problemlösung gelegt. Eine in dieser Weise als Handwerkszeug verstandene Programmierung wird nicht zum Selbstzweck ausarten, sondern den Leser befähigen, auf Grund der mühelosen Reproduzierbarkeit der Lösung alle wünschenswerten Variantenrechnungen einer fundierten Ergebnisaussage nutzbar zu machen.

Das Buch wendet sich insbesondere an Ingenieure in der Industrie und den verschiedenen Verwaltungsbereichen, die sowohl mit mathematisch-technischen wie auch mit mathematisch-betriebswirtschaftlichen Aufgabenstellungen konfrontiert werden. Studenten an Universitäten und Fachhochschulen erhalten eine gründliche Einführung in die unterschiedlichen Funktionsmerkmale der Rechensysteme und erlernen das methodische Vorgehen und die praktische Rechnungsdurchführung mit dem programmierbaren Taschenrechner.

Dem Leser wird ein Nachschlagfundus mit Beispielen für programmierte Aufgabenlösungen aus einem breiten Anwendungsspektrum in die Hand gegeben. Die hierbei gegebenen Programmierhinweise haben den Zweck, die Ausarbeitung spezieller, auf die eigene Problemstellung zugeschnittene Programme zu erleichtern.

Zu den Aufgabenstellungen werden die mathematischen Grundlagen nur soweit dargestellt, wie es zur Programmierung des Lösungsalgorithmus erforderlich ist. Zum tieferen Eindringen in die jeweilige Thematik wird auf die vorhandene Fachliteratur verwiesen.

Die angegebenen Programme sind auf die UPN-Rechner HP67 und HP97 mit externem Magnetkarten-Speicher zugeschnitten. Der Verfasser geht davon aus, daß die den Rechnern zugehörigen Bedienungshandbücher und die hierzu vorliegende Sekundärliteratur alle Fragen zur eigentlichen Bedienung und praktischen Einübung umfassend beantworten. Deshalb baut dieses Arbeitsbuch eine Brücke zwischen den objektiven Möglichkeiten der Technik (Hardware) und den subjektiven Fähigkeiten zu einer rechnergerechten Problemanalyse und rationellen Problemlösung (Software).

Dank gebührt Herrn Dr.-Ing. *Ch. Fuchs* für sachkundige Anregungen zu Programmierung und Rechneinsatz sowie Herrn Dipl.-Ing. *K. Lange* für interessante Hinweise zur Einkommensteuerberechnung. Für viele fruchtbringende Fachdiskussionen und Anregungen danke ich Herrn Dipl.-Ing. *J. Hildebrandt*. Weiter habe ich zu danken Fräulein *E. Breuer* und Frau *B. Krauthausen* für die Übernahme der Schreibarbeiten sowie Fräulein *G. Stüsser* für die Ausführung der Zeichenarbeiten. Danken möchte ich auch Herrn *H.-J. Niclas*, Lektor im Verlag Vieweg, für die Anregung zu der Arbeit und dem Verlag für die gute Aufnahme. Nicht zuletzt gilt ein besonderer Dank meiner Frau und meinen Kindern, die mir größtes Verständnis über viele Monate der Manuskriptbearbeitung entgegengebracht haben.

Helmut Alt

Aachen-Brand, Februar 1979

Inhaltsverzeichnis

1	Historischer Überblick	1
2	Einführung	3
2.1	Rechensysteme	3
2.1.1	Funktionsmerkmale der AOS-Technik	3
2.1.2	Rechnungsablauf in der AOS-Technik	3
2.1.3	Funktionsmerkmale der UPN-Technik	4
2.1.4	Rechnungsablauf in der UPN-Technik	6
2.1.5	Stack-Register	7
2.1.6	Gesamt-Bewertung	8
3	Programmiertechnik	9
3.1	Speichertechnik	9
3.2	Speicherarten	9
3.3	Indirekte Adressierung	10
3.4	Speicherregister Arithmetik	11
3.5	Programmaufrufe	11
3.6	Dateneingabe	11
3.7	Ergebnisausgabe	12
3.8	Programmverzweigungen	12
3.8.1	Unbedingte Sprünge	13
3.8.2	Bedingte Sprünge	13
3.8.3	Flag-Steuerung	13
3.9	Unterprogrammtechnik	14
3.10	Fehlersuche	15
3.11	Dokumentation	15
4	Angewandte Mathematik	16
4.1	Quadratische und kubische Gleichungen	16
4.1.1	Programmbeschreibung	17
4.1.2	Testbeispiele	19
4.2	Lineare Gleichungssysteme bis vierter Ordnung	20
4.2.1	Programmbeschreibung „Lineare Gleichungssysteme bis vierter Ordnung“	20
4.2.2	Testbeispiel	22
4.3	Newtonsches Iterationsverfahren	23
4.3.1	Programmbeschreibung „Newtonsches Iterationsverfahren“	24
4.3.2	Testbeispiel Polynomrechnung	25
4.3.3	Testbeispiele Nullstellensuche	26

4.4	Numerische Integration	28
4.4.1	Trapez-Regel	28
4.4.2	Simpson-Regel	29
4.4.3	Newton-Regel	29
4.4.4	Ablauf der programmierten numerischen Integration	31
4.4.5	Numerische Integration einer analytischen Funktion	31
4.4.6	Programmbeschreibung „Numerische Integration“	32
4.4.7	Bestimmung der Stromabgabe aus der Leistungs-Ganglinie	33
4.4.8	Integration der Gaußschen Normalverteilung	34
4.4.9	Berechnung der Fourier-Koeffizienten	35
4.5	Lösung von Differentialgleichungen nach dem Runge-Kutta-Verfahren	40
4.5.1	Differentialgleichungen erster Ordnung	40
4.5.2	Schrittweitensteuerung	41
4.5.3	Programmbeschreibung „Differentialgleichungen erster Ordnung“	42
4.5.4	Test- und Anwendungsbeispiele	44
4.5.5	Differentialgleichungen zweiter Ordnung	46
4.5.6	Programmbeschreibung „Differentialgleichungen zweiter Ordnung“	48
4.5.7	Test- und Anwendungsbeispiele	50
4.6	Komplexe Rechnung	53
4.6.1	Test- und Anwendungsbeispiele	55
4.7	Harmonische Analyse	56
4.7.1	Numerische Bestimmung der Fourier-Koeffizienten	56
4.7.2	Berechnungsverfahren	57
4.7.3	Programmstruktur	58
4.7.4	Symmetrieeigenschaften	58
4.7.5	Programmbeschreibung „Harmonische Analyse“	59
4.7.6	Anwendungsbeispiele	61
4.8	Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme mit Hilfe der Newton-Raphson-Methode	64
4.8.1	Berechnungsgrundlagen	64
4.8.2	Anwendung für Systeme bis zweiter Ordnung	65
4.8.3	Programmstruktur „Newton-Raphson-Methode“	66
4.8.4	Programmbeschreibung „Newton-Raphson-Methode“	67
4.8.5	Anwendungsbeispiel	67
5	Finanzmathematik	70
5.1	Rentenberechnung	70
5.1.1	Kapitalisierung einer Rente	70
5.1.2	Verrentung eines Kapitals	72
5.2	Finanzierungsberechnung	72
5.2.1	Annuitätentilgung	72
5.2.2	Effektivverzinsung bei Disagio	73
5.2.3	Tilgungsplan	74
5.2.4	Auf- und abgezinstes Kapital	74
5.2.5	Programmbeschreibung „Renten- und Finanzierungsprogramm“	74
5.2.6	Anwendungsbeispiele	75

5.3	Zinseszinsberechnung für Jahres- und Monatszyklen	77
5.3.1	Tilgungsplan	77
5.3.2	Laufzeit	79
5.3.3	Annuität	79
5.3.4	Endwert gleichmäßiger Zahlungen	79
5.3.5	Sparkassenverzinsung	80
5.3.6	Anwendungsbeispiele	80
5.4	Wirtschaftlichkeitsberechnung von Investitionen	82
5.4.1	Berechnungsverfahren	82
5.4.2	Programmbeschreibung „Wirtschaftlichkeitsberechnung I“	87
5.4.3	Durchführung der Investitionsberechnungen	89
5.4.4	Anwendungsbeispiele	90
5.4.5	Programmvariante für erweiterten Erlöszeitraum und Wachstumsansatz	92
5.4.6	Anwendungsbeispiele	94
5.5	Einkommensteuerberechnung	97
5.5.1	Berechnungsgrundlagen	98
5.5.2	Steuerentlastung durch Freibeträge	99
5.5.3	Programmbeschreibung „Einkommensteuer“	100
5.5.4	Speicherplatzbelegung	100
5.5.5	Graphische Darstellung des Einkommensteuertarifs	102
5.5.6	Testbeispiele „Tarif 1978“	102
5.5.7	Änderungen für Einkommensteuer ab 1979	104
5.5.8	Testbeispiele „Tarif 1979“	106
6	Statistik	108
6.1	Gaußsche Normalverteilung	108
6.1.1	Struktur des Programms „Normalverteilung“	109
6.1.2	Programmbeschreibung	111
6.1.3	Anwendungsbeispiele	113
6.2	Binominalverteilung	114
6.2.1	Vertrauensgrenzen von Hypothesen	115
6.2.2	Struktur des Programms „Binominalverteilung“	115
6.2.3	Programmbeschreibung	116
6.2.4	Anwendungsbeispiele	118
6.3	Klassifizierung durch Stichproben	120
6.3.1	Vertrauensbereich des Mittelwertes	121
6.3.2	Programmbeschreibung „Stichproben-Klassifizierung“	121
6.3.3	Anwendungsbeispiele	123
6.4	Regressionsanalyse	125
6.4.1	Programmbeschreibung „Regressionsanalyse“	126
6.4.2	Anwendungsbeispiele	131
6.5	D'Hondtsches Verteilungsverfahren	136
6.5.1	Formalismus des Verteilungsverfahrens	136
6.5.2	Speicherstruktur	136
6.5.3	Programmbeschreibung „D'Hondtsches Verteilungsverfahren“	137
6.5.4	Testbeispiele	137

7 Informatik	140
7.1 Konvertierung zwischen Zahlensystemen	140
7.1.1 Bildungsgesetz einer Zahl	140
7.1.2 Konvertierung einer Zahl mit der Basis B in eine Dezimalzahl	140
7.1.3 Konvertierung einer Dezimalzahl in eine Zahl mit der Basis B	141
7.1.4 Programmbeschreibung „Zahlensystem-Konvertierung“	141
7.1.5 Testbeispiele	145
7.2 Code-Umwandlungen	147
7.2.1 Programmbeschreibung „Code-Umwandlung“	148
7.2.2 Testbeispiele	150
7.2.3 Gray-Code-Abtaster	151
7.2.4 Direkte Umwandlung Dezimal in Gray-Code	151
7.2.5 Programmbeschreibung „Dezimal-Graycode-Umwandlung“	152
7.2.6 Testbeispiele	153
 Literaturverzeichnis	 154
Sachwortverzeichnis	156
 Anhang	
Einkommensteuerberechnung für Österreich	159