
Mathematik

Einblicke in die Wissenschaft

Hans Walser

Symmetrie

In der populärwissenschaftlichen Sammlung

Einblicke in die Wissenschaft

mit den Schwerpunkten Mathematik – Naturwissenschaften – Technik werden in allgemeinverständlicher Form

- elementare Fragestellungen zu interessanten Problemen aufgegriffen,
- Themen aus der aktuellen Forschung behandelt,
- historische Zusammenhänge aufgeheilt,
- Leben und Werk bedeutender Forscher und Erfinder vorgestellt.

Diese Reihe ermöglicht interessierten Laien einen einfachen Einstieg, bietet aber auch Fachleuten anregende, unterhaltsame und zugleich fundierte Einblicke in die Wissenschaft.

Jeder Band ist in sich abgeschlossen und leicht lesbar.

Hans Walser

Symmetrie



B. G. Teubner Stuttgart · Leipzig 1998

Dr. Hans Walser
CH-8500 Frauenfeld

M. C. Escher's "MOEBIUS STRIP II" (S. 34) und
"SPHERE SURFACE WITH FISH" (S. 27) © 1997 Cordon Art – Baarn – Holland.
All rights reserved.

Gedruckt auf chlorfrei gebleichtem Papier.

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Walser, Hans:

Symmetrie / Hans Walser. -

Stuttgart ; Leipzig : Teubner, 1998

(Einblicke in die Wissenschaft : Mathematik)

ISBN-13: 978-3-8154-2513-8 e-ISBN-13: 978-3-322-89111-2

DOI: 10.1007/978-3-322-89111-2

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt besonders für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

© B. G. Teubner Verlagsgesellschaft Leipzig 1998

Umschlaggestaltung: E. Kretschmer, Leipzig

Vorwort

Der Begriff *Symmetrie* kann sehr verschieden gesehen werden: Die engste Fassung beschränkt sich auf eine zweiseitige Symmetrie, wie sie etwa in der äußeren Form des menschlichen Körpers mehr oder weniger genau in Erscheinung tritt. Die weiteste Fassung versteht unter Symmetrie alles, was irgendwie regelmäßig ist und Wiederholungen aufweist. So ist etwa der Zyklus der Jahreszeiten symmetrisch, weil er sich periodisch wiederholt, aber ebenso ein Viertaktmotor, die Dezimalbruchentwicklung von einem Siebtel, ein Tapetenmuster, ein Ornament oder auch ein Lied oder ein Gedicht. Unter diesem Aspekt treffen wir fast überall Symmetrie an, insbesondere in Wissenschaft und Kunst. Auch die modernen Produktionsmethoden in der Technik führen zu hochgradig gleichförmigen und in diesem Sinne zueinander symmetrischen Produkten.

Ziel dieses Buches ist es, ausgewählte Beispiele zur Symmetrie verständlich darzustellen. Dabei wurde auf systematische Vollständigkeit verzichtet, dem Leser werden aber Hinweise auf weiterführende Literatur gegeben. Mir geht es vor allem darum, „das Auge zu schärfen“ für die eigene Wahrnehmung der Symmetrie in unserer Umwelt. Es wird auch gezeigt, wie Symmetrie als arbeitsmethodisches Hilfsmittel eingesetzt werden kann.

Zum Thema Symmetrie gibt es umfangreiche Literatur, oftmals auf einen bestimmten Bereich bezogen. Ein Klassiker in jeder Hinsicht ist das Buch von *Hermann Weyl* [52]. In [20] werden vor allem physikalische und chemische Aspekte der Symmetrie vorgestellt, [45] verbindet dies mit philosophischen Gedanken. Symmetrieaspekte der ebenen und räumlichen Geometrie und der Technik werden in [40] besprochen. Die Symmetrie spielt auch in verschiedenen Bereichen der Kunst, insbesondere der ornamentalen Kunst, eine zentrale Rolle (vgl. [2], [7], [14]). Speziell zu erwähnen sind dabei die Grafiken von *Maurits Cornelis Escher* (vgl. [13], [32]). Schließlich war die Symmetrie auch wiederholt Thema von Ausstellungen und Tagungen (vgl. [36], [51]).

Dieses Buch richtet sich an Studierende, Schülerinnen und Schüler sowie deren Lehrpersonen und an interessierte Laien. Es ist modular aufgebaut, so dass die einzelnen Kapitel voneinander unabhängig lesbar sind. In den Text sind Fragen eingestreut, welche zum Teil weitere Aspekte aufzeigen. Die Antworten zu diesen Fragen sind am Ende eines jeden Kapitels zusammengefasst.

Viele der in diesem Buch ausgearbeiteten Ideen gehen auf Anregungen meiner Schülerinnen und Schüler zurück, denen in dafür danken möchte. Einige Beispiele verdanke ich meinem Kollegen Peter Gallin.

Besonderen Dank schulde ich meinem Kollegen Reto Schuppli für die kritische Durchsicht des Textes.

Herrn Jürgen Weiß von der B. G. Teubner Verlagsgesellschaft in Leipzig danke ich für die wohlwollende Betreuung dieser Arbeit.

Frauenfeld, Dezember 1997

Hans Walser

Inhalt

1	Spieglein, Spieglein	9
1.1	Immer weiter nach innen.....	9
1.1.1	Der Spiegel im Spiegel im Spiegel.....	9
1.1.2	Eine Pappelallee.....	13
1.1.3	Der Monitor im Monitor.....	14
1.2	Von der Seite gesehen.....	16
	Beantwortung der Fragen.....	17
2	Innen und Außen	20
2.1	Die Kreisspiegelung	20
2.2	Zusammensetzung zweier Kreisspiegelungen.....	23
2.3	Direkte Konstruktion des Bildpunktes	24
2.4	Invarianten bei der Kreisspiegelung	24
2.5	Bild einer Geraden.....	28
2.6	Darstellung in kartesischen Koordinaten.....	30
2.7	Bild eines Kreises.....	31
2.8	Quadratspiegelung	35
2.9	Andere Spiegelungen.....	35
	Beantwortung der Fragen.....	36
3	Symmetrisches Vorgehen	41
3.1	Schwerpunkt im Dreieck.....	41
3.2	Schwerpunkte im Viereck.....	42
	Beantwortung der Fragen.....	45
4	Parkette, Gitter und Pythagoras	49
4.1	Parkette.....	49
4.2	Parkette und Pythagoras	53
4.3	Konstruktion einer Beweisfigur.....	55
4.4	Andere Kathetenfiguren.....	58
4.5	Überlagerung von Gitterpunkten.....	60
4.6	Pythagoreische Dreiecke	64
4.7	Parametrisierung der primitiven Dreiecke.....	65
4.8	Im regelmäßigen Dreiecksgitter	67
	Beantwortung der Fragen.....	68

5	Das Problem der Mitte	79
5.1	Wo ist die Mitte der Welt?	79
5.2	Mittelwerte	81
5.2.1	Die Hälfte ist weggegessen	81
5.2.2	Mittlere Geschwindigkeit	82
5.2.3	Ausgleichen von systematischen Messfehlern	83
5.2.4	Minimale Versorgungswege	86
	Beantwortung der Fragen	87
6	Symmetrie in Wort, Schrift und Zahl	92
6.1	Palindrome	92
6.2	Palindromische Zahlen	93
6.3	Reimschemata	94
	Beantwortung der Fragen	96
	Literatur	98
	Namen- und Sachverzeichnis	102