

**Sommerfeld**

**Mathematik**

**Grundkenntnisse für Betriebswirte**

Professor Johannes Sommerfeld

# Mathematik

## Grundkenntnisse für Betriebswirte



---

Betriebswirtschaftlicher Verlag Dr. Th. Gabler · Wiesbaden

ISBN-13: 978-3-409-30071-1 e-ISBN-13: 978-3-322-87460-3  
DOI: 10.1007/978-3-322-87460-3

---

**Copyright by Betriebswirtschaftlicher Verlag Dr. Th. Gabler • Wiesbaden 1974**

*In unserer Zeit wird immer häufiger die Mathematik zur Lösung betrieblicher Fragen herangezogen. Auch in der Volkswirtschaftslehre bevorzugt man mehr und mehr die mathematische Darstellungsform. Der moderne Betriebswirt kann sich diesem Trend nicht verschließen. Die Mathematik ist für ihn heute eine notwendige Hilfswissenschaft.*

*Das Buch trägt diesen Umständen Rechnung. Um auch dem mathematisch weniger vorgebildeten Leser die Möglichkeit zur Erarbeitung dieses Stoffgebietes zu geben, beginnt dieser Beitrag mit den Grundrechenoperationen. Darauf aufbauend werden die Potenzrechnung und ihre Umkehrung, die Mengenlehre, die elementaren Funktionen und Bestimmungsgleichungen behandelt. In dem Abschnitt „Analysis“ geht es um Folgen, Reihen und die Finanzmathematik, ferner um die Differential- und Integralrechnung.*

*Diese Stoffauswahl aus der Mathematik bietet dem Betriebswirt das erforderliche Handwerkszeug, betriebswirtschaftliche, besonders statistische Fragen, und Probleme der Volkswirtschaft zu verstehen und selbst zu lösen.*

## Inhaltsverzeichnis

<b>I. Die Grundrechenoperationen</b> . . . . .	13
1. Die natürlichen Zahlen . . . . .	13
2. Die Addition als Weiterzählen . . . . .	13
3. Die Multiplikation als abgekürzte Addition . . . . .	14
4. Zusammensetzung von Addition und Multiplikation . . . . .	14
5. Die Subtraktion als Umkehrung der Addition . . . . .	16
6. Die Menge der ganzen Zahlen . . . . .	17
7. Die Division, die rationalen Zahlen . . . . .	21
8. Das Rechnen mit rationalen Zahlen („Bruchrechnung“) . . . . .	22
9. Übungen . . . . .	23
<b>II. Die Potenzrechnung und ihre Umkehrungen</b> . . . . .	25
1. Naive Potenzdefinition . . . . .	25
2. Das Rechnen mit Potenzen . . . . .	25
3. Die Erweiterung des Potenzbegriffes . . . . .	27
4. Die Umkehrungen des Potenzierens . . . . .	28
5. Wurzeln . . . . .	29
6. Logarithmen . . . . .	32
7. Dekadisches und binäres System . . . . .	35
8. Übungen zur Potenzrechnung . . . . .	38
9. Übungen (Wurzeln, Logarithmen, Binärsystem) . . . . .	38

<b>III. Mengenlehre</b>	<b>41</b>
1. Cantor-Definition, Gleichheit, Äquivalenz	41
a) Definition der Menge	41
b) Definition der Mengengleichheit	42
c) Definition der Mengenäquivalenz	42
2. Teilmenge, Universalmenge, Komplementmenge, Leermenge	43
a) Definition des Enthaltenseins	43
b) Universalmenge	44
c) Komplementmenge	45
d) Leermenge	45
3. Mitgliedstafel, Vereinigungsmenge, Durchschnittsmenge	46
a) Definition der durch zwei Mengen gegebenen Klasseneinteilung	46
b) Vereinigungsmenge	48
c) Durchschnittsmenge	49
4. Relation und Funktion	50
5. Übungen	52
<b>IV. Elementare mathematische Funktionen</b>	<b>54</b>
1. Variable, Funktionsgleichung	54
2. Konstante	55
3. Proportion, Parameter	55
4. Lineare Funktion	58
5. Umgekehrte Proportionalität	62
6. Die quadratische Funktion	63
7. Übungen	67
<b>V. Rechnerisches Lösen von Gleichungen</b>	<b>69</b>
1. Einleitende Beispiele und Fachausdrücke	69
2. Lineare Gleichungen mit einer Variablen	72
3. Übungen	80

4. Lineare Gleichungen mit mehreren Variablen . . . . .	81
a) Die Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems . . . . .	81
b) Transformation des Gleichungssystems . . . . .	84
c) Lösungsverfahren . . . . .	87
5. Übungen . . . . .	95
6. Die Lösung von quadratischen Gleichungen . . . . .	96
7. Übungen . . . . .	106
<b>VI. Die Betrachtung des Unbegrenzten . . . . .</b>	<b>108</b>
1. Die Folge als besondere Funktion . . . . .	108
2. Die arithmetische Folge . . . . .	110
3. Die geometrische Folge . . . . .	113
4. Rechnen mit Summen unter Berücksichtigung des Summenzeichens . . . . .	114
a) Das Summenzeichen als Arbeitsanweisung . . . . .	114
b) Das Summationsglied . . . . .	115
c) Der Summationsindex . . . . .	116
d) Konstantes Summationsglied . . . . .	117
e) Konstanter Faktor im Summationsglied . . . . .	117
f) Summationsglied als Summe . . . . .	118
g) Potenzsummen . . . . .	118
h) Das Subtraktionsverfahren (nach Gauß) . . . . .	119
i) Die Summe der natürlichen Zahlen . . . . .	120
j) Die Summe der Quadratzahlen . . . . .	120
5. Arithmetische und geometrische Reihen und ihre Summenformeln . . . . .	122
a) Summenformel der arithmetischen Reihe . . . . .	123
b) Summenformel der geometrischen Reihe . . . . .	124
6. Der Grenzwert . . . . .	126
7. Die Nullfolge als Hilfsmittel zur Grenzwertbestimmung . . . . .	130
8. Unendliche geometrische Folgen und Reihen . . . . .	131
9. Grenzwert von Funktionen . . . . .	133
10. Stetigkeit von Funktionen . . . . .	140
11. Übungen . . . . .	144

<b>VII. Finanzmathematik</b>	146
1. Das Kapital als Funktion der Zeit	146
a) Aufzinsung	146
b) Abzinsung	149
c) Kapitalvergleich	150
2. Rentenrechnung	151
a) Der Rentenendwert	151
b) Der Rentenbarwert	153
c) Die ewige Rente	153
3. Tilgungsrechnung	154
a) Gleichbleibende Annuität	155
b) Gleichbleibende Tilgungsrate	155
4. Unterjährliche und stetige Verzinsung	156
a) Unterjährliche Verzinsung	156
b) Stetige Verzinsung	157
5. Übungen	160
<b>VIII. Differentialrechnung</b>	162
1. Die Fragestellung der Differentialrechnung	162
2. Das Tangentenproblem	166
a) Die geometrische Bedeutung des Differenzenquotienten	166
b) Die geometrische Analogie zum Grenzüberhang $h \rightarrow 0$	167
c) Die geometrische Deutung der Ableitung $y' = f'(x)$	168
d) Das Differential	168
3. Übungen	172
4. Die Rechenregeln der Differentialrechnung	173
a) Der konstante Summand	174
b) Der konstante Faktor	175
c) Die Summenregel	176
d) Die Produktregel	178
e) Die Quotientenregel	180
f) Die Ableitung der Potenzfunktion	181
5. Übungen	184



6. Anwendungen der Differentialrechnung . . . . .	186
a) Maximum- und Minimumbetrachtungen . . . . .	186
b) Der Extremwert des Anstiegs (Wendepunkt-betrachtungen) . . . . .	187
c) Der gegenseitige Zusammenhang zwischen Stammfunktion, 1. und 2. Ableitung . . . . .	189
d) Die Differentialrechnung bei wirtschafts- wissenschaftlichen Modellbetrachtungen . . . . .	190
7. Übungen . . . . .	193
8. Die Ableitung bei mittelbaren Funktionen . . . . .	194
a) Die Funktion von einer Funktion . . . . .	194
b) Die Kettenregel . . . . .	195
c) Die implizite Funktion . . . . .	196
d) Die Umkehrfunktion . . . . .	197
9. Übungen . . . . .	199
10. Differentiation bei mehreren unabhängigen Variablen . . . . .	199
a) Partielle Differentiation . . . . .	199
b) Anwendung der partiellen Differentiation: Die Methode der kleinsten Quadrate . . . . .	200
11. Übungen . . . . .	204
<b>IX. Integralrechnung . . . . .</b>	<b>205</b>
1. Das unbestimmte Integral . . . . .	205
2. Das Integral als Flächenfunktion . . . . .	207
3. Das bestimmte Integral . . . . .	209
4. Das bestimmte Integral als Grenzwert einer unendlichen Summe . . . . .	211
5. Übungen . . . . .	215
<i>Literatur zur Vertiefung und Weiterbildung . . . . .</i>	<b>217</b>
<i>Sachregister . . . . .</i>	<b>219</b>