

Wieland Richter

**Ingenieurmathematik
kompakt**

Aus dem Programm

Anwendungsorientierte Mathematik

Mathematik

von A. Kemnitz

Numerische Methoden in der Technik

von R. Mohr

Höhere Mathematik mit Mathematica, 4 Bände

von W. Strampp, V. Ganzha und E. Vorozhtsov

Band 1: Grundlagen, Lineare Algebra

Band 2: Analysis

Band 3: Differentialgleichungen und Numerik

Band 4: Funktionstheorie, Fourier- und Laplacetransformationen

Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler, 3 Bände und Übungen

von L. Papula

Mathematik für Naturwissenschaftler, Lern- und Übungsprogramm auf CD-ROM

von K. Weltner

Einführung in die angewandte Wirtschaftsinformatik

von J. Tietze

Einführung in die Finanzmathematik

von J. Tietze

Wieland Richter

Ingenieurmathematik kompakt

Lehrbuch für technische Studiengänge



Alle Rechte vorbehalten

© Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig/Wiesbaden, 1998
Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1998

Der Verlag Vieweg ist ein Unternehmen der Bertelsmann Fachinformation GmbH.



Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

<http://www.vieweg.de>

Umschlaggestaltung: Ulrike Weigel, Wiesbaden

Gedruckt auf säurefreiem Papier

ISBN 978-3-322-87260-9

ISBN 978-3-322-87259-3 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-322-87259-3

Vorwort

Die Mathematik ist eine gar herrliche Wissenschaft, aber die Mathematiker taugen oft den Henker nicht ... so verlangt sehr oft der sogenannte Mathematiker für einen der tiefen Denker gehalten zu werden, ob es gleich darunter die größten Plunderköpfe gibt, untauglich zu irgendeinem Geschäft, das Nachdenken erfordert, wenn es nicht unmittelbar durch jene leichte Verbindung von Zeichen geschehen kann, die mehr Werk der Routine, als des Denkens sind. (Lichtenberg)

Ein Arzt, der kein Blut sehen kann? - Soll es geben. Ein Komponist, der keine Noten lesen kann? - Gibt es auch schon 'mal. Aber es wird in beiden Fällen die Ausnahme sein. Ein Ingenieur, der - na sagen wir - sich schwertut mit der Mathematik? - Sollte es nicht geben! Die Ingenieurdisziplinen gehören zu den angewandten Naturwissenschaften. Und für deren Verständnis braucht man nun einmal Mathematik. Sie ist, um beim obigen Bild zu bleiben, wie das Blut. Sobald man die Oberfläche verlässt und in die Materie eindringt, stößt man darauf.

Ob man im späteren Berufsleben noch die gesamte Bandbreite der Ingenieurmathematik braucht, ist eine andere Frage. Es gibt sicherlich Ingenieure, die mit wenig Mathematikkenntnissen Großes und Neues geschaffen haben. Um jedoch einen technischen Prozess verstehen und lenken zu können, bedarf es der Mathematik. Auch wenn man im Laufe der Jahre einiges vergisst, so bleibt doch die Fähigkeit, abstrakt zu denken. Formeln und Diagramme muss ein Ingenieur auch später noch richtig interpretieren können.

Das vorliegende Buch entstand parallel zu Vorlesungen, die ich an der FH Landshut und später an der GH Paderborn gehalten habe. Über die Jahre hinweg war es ein dynamischer Prozess: So wurden beispielsweise manche Stellen im Laufe der Zeit ausführlicher und verständlicher aufgeschrieben. Manches stellte sich für die Ingenieurpraxis als unerheblich heraus - es wurde entfernt bzw. stark verkürzt.

Das Buch enthält - so hoffe ich - genügend Beispiele, um die jeweiligen Passagen verständlicher zu machen. Am Ende eines jeden Kapitels gibt es Übungsaufgaben, deren Bearbeitung ich hiermit empfehlen möchte. Sollten sich beim Lösen dieser Aufgaben größere Schwierigkeiten einstellen, so kann im Anhang nachgesehen werden. Dort finden sich Lösungshinweise und weiter hinten die vollständig gelösten Aufgaben. Darüber hinaus sind im Literaturverzeichnis einige Bücher angegeben, die weitere Übungsaufgaben enthalten. Damit der interessierte Leser die hier behandelten Grundlagen der Mathematik vertiefen oder einmal von einer anderen Sichtweise aus betrachten kann, befinden sich am Ende der einzelnen Abschnitte Literaturhinweise.

Für diejenigen, die sich zum ersten Mal mit Mathematik auseinandersetzen, möchte ich hinzufügen, daß ein Mathematikbuch auch sehr spannend sein kann, sich aber ansonsten von einem 'Krimi' gewaltig unterscheidet. Es ist zwecklos, sich nur für ein paar Minuten damit zu beschäftigen, oder kurz vor dem Schlafengehen noch 'mal eben ein bißchen Mathematik zu treiben. Mathematik lernen bedeutet immer, auch mit dem Bleistift zu lesen, d. h. manchmal ist es vielleicht unumgänglich, sich bestimmte Gedankengänge ausführlicher aufzuschreiben. Wer versteht schon alles auf Anhieb?

Selbstverständlich kostet das Zeit - 'mal mehr und 'mal weniger. Aber ohne Aufwand geht es nun 'mal nicht. Es mag vielleicht von dem Verb 'studieren' eine Passivform geben, praktizierbar ist es aber nicht. Da wir schon bei der Grammatik sind: Ich habe mich bemüht, der neuen Rechtschreibung gerecht zu werden. Das bedeutet, dass u. a. einige Wörter etwas anders geschrieben wurden. Lediglich bei der 'Differenzialrechnung' hatte ich so meine Schwierigkeiten - nichtmathematischer Natur.

Schließlich möchte ich mich an dieser Stelle bei allen bedanken, die dazu beigetragen haben, dass das Werk so ist, wie es ist. Dies waren hauptsächlich Frau I. Huppert und Herr K. Feldmann. Sie haben in mühevoller Arbeit große Teile des handgeschriebenen Manuskripts in eine lesbare \LaTeX -Version gebracht. Darüber hinaus hat sich Frau I. Huppert durch ihre gewissenhaften Korrekturarbeiten sehr um das Buch verdient gemacht - wofür ihr mein ganz besonderer Dank gebührt.

Frau U. Schmickler-Hirzebruch vom Vieweg Verlag danke ich für ihre wertvollen Anregungen und ihre bereitwillige Unterstützung.

Die Zitate zu Beginn der einzelnen Kapitel und Abschnitte habe ich größtenteils den Büchern [44], [46] und [48] entnommen.

Soest, im September 1998

Inhaltsverzeichnis

1	Aussagenlogik und Mengenlehre	1
1.1	Aussagenlogik	1
1.2	Mengenlehre	6
1.3	Übungsaufgaben	13
2	Zahlen	15
2.1	Die natürlichen Zahlen \mathbb{N}	15
2.2	Die ganzen Zahlen \mathbb{Z}	19
2.3	Die rationalen Zahlen \mathbb{Q}	20
2.4	Restklassen	22
2.5	Die reellen Zahlen \mathbb{R}	29
2.6	Die komplexen Zahlen \mathbb{C}	34
2.7	Der Absolutbetrag in \mathbb{R} und \mathbb{C}	39
2.8	Der binomische Lehrsatz	42
2.9	Übungsaufgaben	45
3	Vektoren und Matrizen	49
3.1	Vektoren	49
3.2	Skalarprodukt und Norm	53
3.3	Erzeugendensysteme	59
3.4	Das Schmidtsche Orthonormierungsverfahren	65
3.5	Das Vektorprodukt im \mathbb{R}^3	68
3.6	Matrizen	71
3.7	Determinante, Inverse und Norm	78
3.8	Übungsaufgaben	86
4	Lineare Gleichungssysteme	89
4.1	Der Gaußsche Algorithmus	90
4.1.1	Unter- und überbestimmte Systeme	100
4.2	Die Cramersche Regel	101
4.3	Eigenwertaufgaben	103
4.4	Quadratische Formen	106
4.5	Übungsaufgaben	110

5	Folgen und Reihen	111
5.1	Folgen reeller Zahlen	111
5.2	Reihen	119
5.3	Folgen komplexer Zahlen, Vektor- und Matrizenfolgen	124
5.4	Übungsaufgaben	126
6	Reelle Funktionen	129
6.1	Einführung	130
6.2	Verknüpfung von Funktionen	135
6.3	Stetige Funktionen	141
6.4	Hauptsatz und Anwendung	148
	6.4.1 Das Bisektionsverfahren	150
	6.4.2 Die Regula falsi	152
6.5	Einige spezielle Funktionen	155
6.6	Übungsaufgaben	169
7	Differentialrechnung	171
7.1	Die Ableitung einer Funktion	171
7.2	Differentiationsregeln	174
7.3	Differentiation einiger elementarer Funktionen	182
7.4	Extremstellen und Wendepunkte	187
7.5	Mittelwertsatz und Taylorformel	195
7.6	Anwendungen	203
	7.6.1 Numerische Differentiation	203
	7.6.2 Das Newton-Verfahren	207
	7.6.3 Die Regel von Bernoulli - L'Hospital	209
	7.6.4 Extremwertaufgaben	212
7.7	Übungsaufgaben	213
8	Polynome	215
8.1	Das Horner-Schema	216
8.2	Nullstellen von Polynomen	222
8.3	Partialbruchzerlegung	225
8.4	Übungsaufgaben	229
9	Integralrechnung	231
9.1	Das bestimmte Integral	231
9.2	Eigenschaften des Integrals	236
9.3	Integrationsmethoden	244
	9.3.1 Partielle Integration	244
	9.3.2 Substitutionsregel	246
	9.3.3 Spezielle Substitutionen	248
	9.3.4 Integration durch Partialbruchzerlegung	252
9.4	Näherungsverfahren	252
	9.4.1 Quadraturformeln	253
	9.4.2 Integration durch Reihenentwicklung	259

9.5	Uneigentliche Integrale	260
9.6	Orthogonale Funktionen	264
9.7	Übungsaufgaben	266
10	Komplexwertige und komplexe Funktionen	269
10.1	Komplexwertige Funktionen	270
10.2	Fourierreihenentwicklung	278
10.3	Funktionen einer komplexen Variablen	283
10.4	Übungsaufgaben	290
11	Kurven	291
11.1	Stetigkeit und Differenzierbarkeit	293
11.2	Krümmung einer Kurve	300
11.3	Bogenlänge	305
11.4	Übungsaufgaben	308
12	Skalare Felder	309
12.1	Stetigkeit und Differenzierbarkeit	312
12.2	Die Taylorformel	319
12.3	Fehlerrechnung	323
12.4	Extremwertaufgaben	328
12.5	Das totale Differential	336
12.6	Übungsaufgaben	341
13	Vektorielle Felder	343
13.1	Differentialoperatoren	344
13.2	Die Jacobi-Matrix	351
13.3	Implizite Funktionen	356
13.4	Umkehrabbildungen	359
13.5	Flächen	361
13.6	Übungsaufgaben	362
14	Integralrechnung im \mathbb{R}^N	365
14.1	Integration von Kurven	365
14.2	Integration skalarer Felder	367
14.2.1	Parameterintegrale	367
14.2.2	Mehrfachintegrale	369
14.2.3	Iterierte Integrale	371
14.3	Das Prinzip von Cavalieri	377
14.4	Mittelwertsatz und Substitutionen	382
14.5	Schwerpunkt und Momente	387
14.6	Kurvenintegrale	395
14.7	Integralsätze	402
14.8	Übungsaufgaben	406

15 Differentialgleichungen	407
15.1 Gewöhnliche Differentialgleichungen	409
15.2 Existenz- und Eindeigkeitssatz	413
15.3 Elementare Lösungsmethoden	417
15.4 Trajektorien	423
15.5 Lineare Differentialgleichungen und -systeme	424
15.5.1 Lineare Systeme mit konstanten Koeffizienten	429
15.5.2 Allgemeine lineare Differentialgleichung n-ter Ordnung	431
15.5.3 Die lineare Differentialgleichung n-ter Ordnung mit konstanten Ko- effizienten	432
15.5.4 Eulersche Differentialgleichungen	438
15.6 Partielle Differentialgleichungen	438
15.7 Weitere Lösungsmethoden	443
15.8 Übungsaufgaben	445
16 Wahrscheinlichkeitsrechnung	447
16.1 Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit	447
16.2 Zufallsgrößen und Verteilungsfunktionen	453
16.3 Spezielle Verteilungen	457
16.3.1 Diskrete gleichmäßige Verteilung	457
16.3.2 Binomialverteilung	457
16.3.3 Hypergeometrische Verteilung	459
16.3.4 Poisson-Verteilung	459
16.3.5 Geometrische Verteilung	460
16.3.6 Stetige gleichmäßige Verteilung	461
16.3.7 Normalverteilung	461
16.3.8 Exponentialverteilung	464
16.4 Übungsaufgaben	465
A Lösungshinweise	467
B Lösungen	503