

Zielke

**Numerische Berechnung
von benachbarten inversen Matrizen
und linearen Gleichungssystemen**

Schriften zur Datenverarbeitung

herausgegeben von
Dr. Paul Schmitz und Dr. Christoph Heinrich

Band 2

Band 1 Zuse, Rechnender Raum

**Band 2 Zielke, Numerische Berechnung von benachbarten inversen Matrizen
und linearen Gleichungssystemen**

Band 3 Stahlknecht, Operations Research

Band 4 Henze, Einführung in die Informationstheorie

Gerhard Zielke

Martin-Luther-Universität

Halle-Wittenberg

Sektion Mathematik

**Numerische Berechnung
von benachbarten inversen
Matrizen und linearen
Gleichungssystemen**

Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH

Verlagsredaktion: Alfred Schubert, Burkhard Anger

ISBN 978-3-528-09610-6

ISBN 978-3-322-85998-3 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-322-85998-3

1970

Alle Rechte vorbehalten

Copyright © 1970 Springer Fachmedien Wiesbaden

Ursprünglich erschienen bei Friedr. Vieweg & Sohn GmbH, Verlag, Braunschweig 1970

Best.-Nr. 9610

Vorwort

Die numerische Behandlung von Matrizen gewinnt zunehmend Bedeutung in einer Vielzahl von Wissensgebieten; insbesondere tritt häufig die Frage auf, wie sich Änderungen an Matrizen auf die Inverse der Matrix auswirken. Als Operationen kommen Addition, Ränderung und Reduktion von Matrizen in Frage. Solche Fragestellungen sind von besonderem Interesse, z. B. bei der Lösung von Gleichungssystemen, wenn man die Eingabedaten im oben angegebenen Sinne ändert und eine Neuberechnung des gesamten Systems wegen des hohen Rechenaufwandes vermeiden möchte, wobei vor allem wirtschaftliche Erwägungen eine Rolle spielen. Das Problem ist bisher nicht unter diesem allgemeinen Gesichtspunkt untersucht worden. Außerdem dürfte es sich um die erste zusammenfassende Darstellung handeln, die die Bedürfnisse der Datenverarbeitung berücksichtigt. So werden zu den wichtigsten Verfahren getestete ALGOL-Prozeduren angegeben. Zu jedem der Verfahren sind numerische Beispiele angeführt, so daß auch Leser, die sich nur sehr oberflächlich in der Matrizenrechnung auskennen, daraus Gewinn ziehen können.

Für das vertiefte Studium weiterer Einzelheiten gibt das ausführliche Literaturverzeichnis eine gute Hilfestellung. Der Verfasser hat sich bemüht, den historischen Werdegang der einzelnen Formeln zu verfolgen, die sehr verstreut in der mathematischen Literatur auftauchen. Es ist sehr zu begrüßen, daß versucht wurde, alle diese Formeln auf eine gemeinsame Wurzel zurückzuführen und man möchte hoffen, daß sich weitere mathematische Untersuchungen mit diesen Fragestellungen beschäftigen, die für die Praxis von großer Bedeutung sein können, da der Rechenaufwand oft nicht unbeträchtlich gesenkt werden kann, wie man aus den im Text angegebenen Zusammenstellungen des Aufwands an Multiplikationen entnehmen kann.

Die Herausgeber

Dortmund, im Oktober 1969

Für großzügige Unterstützung
und wertvolle Hinweise
bei der Abfassung dieser Arbeit
möchte ich Herrn Prof. Dr. *E. Schincke*
meinen aufrichtigen Dank aussprechen.

Gerhard Zielke

Halle (Saale), September 1968

Inhaltsverzeichnis

1. Problemstellung und Zusammenfassung	1
2. Die Änderungsmethode	4
2.1 Allgemeine Änderungsformeln	4
2.2 Spezielle Änderungsformeln	6
2.2.1 Änderung einer Spalte oder Zeile	7
2.2.2 Änderung eines Elementes	7
2.3 Änderung bei symmetrischen Matrizen	8
2.3.1 Gleichzeitige Änderung einer Spalte und der dazu symmetrischen Zeile	9
2.3.2 Gleichzeitige Änderung zweier zueinander symmetrischer Elemente	11
2.4 Änderung bei linearen Gleichungssystemen	11
2.5 Bibliographische Bemerkungen	14
2.6 Abschätzung des Rechenaufwandes	17
2.7 ALGOL-Programme	18
2.8 Beispiele	21
2.9 Vollständige Inversionsverfahren (Ergänzungsverfahren)	24
2.10 Neue Herleitung des SCHULZschen Iterationsverfahrens	28
3. Die Ränderungsmethode	30
3.1 Allgemeine Ränderungsformeln	30
3.2 Ränderung einer Spalte und Zeile	33
3.3 Ränderung bei speziellen Matrizen	35
3.4 Ränderung bei linearen Gleichungssystemen	37
3.5 Bibliographische Bemerkungen	39
3.6 Abschätzung des Rechenaufwandes	42
3.7 ALGOL-Programme	44
3.8 Beispiele	47
3.9 Vollständiges Inversionsverfahren (Ränderungsverfahren)	51
4. Die Reduktionsmethode	55
4.1 Allgemeine Reduktionsformeln	55
4.2 Reduktion einer Spalte und Zeile	56
4.3 Reduktion bei symmetrischen Matrizen	57
4.4 Reduktion bei linearen Gleichungssystemen	58
4.5 Bibliographische Bemerkungen	63
4.6 Abschätzung des Rechenaufwandes	64
4.7 ALGOL-Programme	65
4.8 Beispiele	66
Literatur	69
Namen- und Sachverzeichnis	74