

WTB

---

BAND 198

*Werner Dück*

# Diskrete Optimierung

Mit 23 Abbildungen und 4 Tabellen



AKADEMIE-VERLAG · BERLIN

*Reihe* MATHEMATIK UND PHYSIK

Herausgeber:

Prof. Dr. phil. habil. W. Holz Müller, Leipzig

Prof. Dr. phil. habil. A. Lösche, Leipzig

Prof. Dr. phil. habil. H. Reichardt, Berlin

Prof. Dr. phil. habil. K. Schröder, Berlin

Prof. Dr. phil. habil. K. Schröter, Berlin

Prof. Dr. rer. nat. habil. H.-J. Treder, Potsdam

Verfasser:

*Prof. Dr. rer. nat. habil. Werner Dück*

Hochschule für Ökonomie „Bruno Leuschner“, Berlin

1977

© Akademie-Verlag Berlin 1977

**Softcover reprint of the hardcover 1st edition**

ISBN 978-3-528-06826-4

ISBN 978-3-322-85497-1 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-322-85497-1

Lizenznummer: 202 · 100/427/77

Herstellung: VEB Druckhaus Köthen, 437 Köthen

Bestellnummer: 7622181 (7198) · LSV 1084

Printed in GDR

DDR 8,— M

## Vorwort

Neben den Problemen der linearen Optimierung hat wohl die diskrete Optimierung unter den mathematischen Optimierungsmethoden die größte praktische Aufmerksamkeit gefunden. Das ist sicher nicht zuletzt in der Tatsache begründet, daß viele Modelle der linearen Optimierung automatisch zu Aufgaben der diskreten Optimierung führen, wenn die Ganzzahligkeit für gewisse Modellvariablen gefordert wird. Eine derartige Ganzzahligkeitsforderung ergibt sich aber häufig aus der ökonomischen Problemsituation. So lassen sich z.B. bei der Lösung eines Transportproblems nur ganze Anzahlen von Güterwagen einsetzen; die Planung eines Investitionsprojektes läßt nur den Einsatz ganzer Zahlen von Maschinen oder den Bau ganzer Zahlen von Fabrikanlagen ökonomisch relevant erscheinen; die Planung des Bedarfs von Arbeitskräften kann mit der Ganzzahligkeitsforderung verbunden sein. Daher ist es keineswegs vielfach die Frage, ob die Ganzzahligkeit gewisser Modellvariablen ökonomisch als gegeben angesehen werden kann. Vielmehr werfen die sich beim Lösungsprozeß ergebenden Komplikationen das Problem auf, ob der Verzicht auf diese Ganzzahligkeitsforderung ökonomisch möglich erscheint. Weiterhin hat eine Reihe von diskreten Optimierungsmodellen kombinatorischen Charakters das Interesse der Anwender an derartigen Optimierungsmethoden gefördert, da sie einfache und praktisch wichtige Problemsituationen beschreiben.

Methoden der diskreten Optimierung sind heute bereits Gegenstand einer Fülle von Publikationen. Es gibt Monographien und umfassende Darstellungen selbst zu Teil-

problemen der diskreten Optimierung und ihrer Anwendung. Daher bin ich wohl dem Leser die Antwort auf die Frage schuldig, von welcher Zielstellung ich im folgenden ausgehen möchte. Es ist mein Anliegen, allen interessierten Lesern zu helfen, sich in den Problemstellungen der diskreten Optimierung zurechtzufinden und sich über typische Modellsituationen zu informieren. Ich möchte dem Leser einen Einblick in die Lösungsmethoden der diskreten Optimierung vermitteln, auf Schwierigkeiten im numerischen Lösungsprozeß aufmerksam machen und — soweit möglich — eine allgemeine Beurteilung der Leistungsfähigkeit der verschiedenen Lösungsmethoden anstreben. Bei einem so weiten Programm sind sinnvolle Einschränkungen schon vom Umfang des Taschenbuches her geboten. Aber ich richte mich auch nicht an den Leser, der tiefer in gewisse Methoden der diskreten Optimierung eindringen möchte. Ich werde mich im allgemeinen darauf beschränken müssen, die Grundgedanken der Verfahren zu erläutern und bewußt auf eine genauere Beschreibung des algorithmischen Ablaufes verzichten. Nicht jeder, der sich für die diskrete Optimierung interessiert, hat gleich die Absicht, selbst mit derartigen Lösungsmethoden zu arbeiten. Aber eine ausreichende Kenntnis über die Lösungsmöglichkeiten der diskreten Optimierung ist auch für den sich an der praktischen Anwendung orientierenden Leser dringend notwendig. Das ist in der Tatsache begründet, daß im methodologischen Ablauf der Anwendung der Operationsforschung bei Bezugnahme auf die diskrete Optimierung die Lösungsmethoden meist in hohem Maße mit der Modellierung rückgekoppelt sind. Vielfach stehen die Lösungsmöglichkeiten der diskreten Optimierung noch weit hinter den praktischen Bedürfnissen zurück. Wer diese Tatsache nicht berücksichtigt, läuft Gefahr, Modelle der diskreten Optimierung aufzustellen, für die es keine mit vertretbarem Aufwand verbundenen Lösungsmöglichkeiten gibt und die folglich einen praktikablen Reifegrad noch nicht erreicht haben.

Die mathematischen Voraussetzungen für das Ver-

verständnis dieses Taschenbuches beschränken sich auf Grundkenntnisse der linearen Algebra, linearen Optimierung und numerischen Mathematik. Auf Grund meines konzeptionellen Herangehens sind selbst genauere algorithmische Kenntnisse der Simplexmethode nicht erforderlich, obwohl derartige Methoden auch bei der Lösung diskreter Optimierungsaufgaben häufige Verwendung finden. Beim praktischen Bezug beschränke ich mich ausschließlich auf ökonomische Problemstellungen, ohne damit andeuten zu wollen, daß die diskrete Optimierung nur für ökonomische Anwendungen von Interesse ist.

Ich hoffe, daß dieses Taschenbuch dazu beitragen wird, das Verständnis für die Möglichkeiten und Problemstellungen der diskreten Optimierung zu fördern. Dem Akademie-Verlag — und insbesondere Fräulein HELLE — gebührt mein Dank für das stetige Interesse an meinen Publikationen und das bereitwillige Eingehen auf meine Wünsche.

W. DÜCK

Berlin, im Mai 1976

## Inhaltsverzeichnis

1.	Problemstellungen der diskreten Optimierung .....	9
1.1.	Einleitende Bemerkungen .....	9
1.2.	Mathematische Klassifizierung diskreter Optimierungsprobleme .....	11
1.3.	Lineare ganzzahlige Optimierungsprobleme .....	15
1.4.	Lineare 0–1-Probleme .....	22
2.	Die numerische Problematik bei der ganzzahligen Optimierung .....	27
2.1.	Die Problematik der Rundung nicht ganzzahliger Werte .....	27
2.2.	Allgemeine Bemerkungen zur numerischen Problematik der Lösungsverfahren .....	30
3.	Transport-, Zuordnungs- und Verteilungsprobleme ..	32
3.1.	Das ganzzahlige klassische Transportproblem .....	32
3.2.	Das Zuordnungsproblem .....	33
3.3.	Ganzzahlige Verteilungsprobleme .....	37
4.	Einige weitere Modellstrukturen der diskreten Optimierung .....	39
4.1.	Modelle der Sortimentsplanung .....	40
4.2.	Investitionsmodelle .....	43
4.3.	Das Rucksackproblem .....	45
4.4.	Das Lokalisationsproblem .....	46
4.5.	Das Rundfahrtproblem .....	49
4.6.	Reihenfolgeprobleme .....	52
5.	Überführung anderer Probleme in diskrete Optimierungsaufgaben .....	60
5.1.	Fixkostenprobleme .....	60
5.2.	Aufgaben mit trennbarer Zielfunktion .....	62
2	Dück	

6.	Schnittebenenverfahren .....	68
6.1.	Einteilung der Lösungsverfahren der diskreten Optimierung .....	69
6.2.	Das Lösungsprinzip der Schnittebenenverfahren ....	69
6.3.	Konstruktion der GOMORY-Schnitte .....	73
6.4.	Endlichkeit des Verfahrens .....	79
6.5.	Weitere Schnittebenenverfahren der diskreten Optimierung .....	80
6.6.	Allgemeine Beurteilung der Schnittebenenverfahren .	83
7.	Entscheidungsbaumverfahren .....	86
7.1.	Einteilung der Entscheidungsbaumverfahren .....	86
7.2.	Der Lösungsgedanke der Branch-and-bound-Methodik	87
7.3.	Anwendung auf das Rucksackproblem .....	91
7.4.	Anwendung auf lineare Optimierungsaufgaben mit Ganzzahligkeitsforderungen .....	94
7.5.	Aufzählungsmethoden .....	102
7.6.	Dynamische Optimierung .....	108
7.7.	Das Erweiterungsprinzip .....	109
7.8.	Übersicht über die Entscheidungsbaumverfahren ...	110
7.9.	Allgemeine Beurteilung der Entscheidungsbaumverfahren .....	111
8.	Heuristische Verfahren .....	114
8.1.	Vorbereitende Betrachtungen .....	114
8.2.	Einteilung der heuristischen Verfahren .....	116
8.3.	Stochastische Suchverfahren .....	117
8.4.	Eröffnungsverfahren .....	118
8.5.	Suboptimierende Iterationsverfahren .....	120
9.	Lösung spezieller diskreter Modellstrukturen .....	121
9.1.	Aufgaben mit Ganzzahligkeitsforderungen .....	122
9.2.	Fixkostenprobleme .....	123
9.3.	Aufgaben mit trennbarer Zielfunktion .....	124
9.4.	Lokalisationsprobleme .....	125
9.5.	Rundfahrtprobleme .....	126
9.6.	Reihenfolgeprobleme .....	128
	Literaturverzeichnis .....	132
	Sachverzeichnis .....	136