

GEWINNEN

Band 2

GEWINNEN

Strategien für mathematische Spiele



Band 1
Von der Pike auf



Band 2
Bäumchen-wechsle-dich



Band 3
Fallstudien



Band 4
Solitairspiele

Elwyn R. Berlekamp
John H. Conway
Richard K. Guy

GEWINNEN

Strategien für mathematische Spiele

Band 2 **Bäumchen-wechsle-dich**

Übersetzt von Maria Reményi



Friedr. Vieweg & Sohn Braunschweig / Wiesbaden

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Berlekamp, Elwyn R.:

Gewinnen: Strategien für math. Spiele / Elwyn R. Berlekamp; John H. Conway; Richard K. Guy. – Braunschweig; Wiesbaden: Vieweg
Einheitssacht.: Winning ways for your mathematical plays (dt.)

NE: Conway, John H.;; Guy, Richard, K.:

Bd. 2. Bäumchen-wechsle-dich / übers. von Maria Reményi. – 1986.

Titel der englischen Originalausgabe:

Elwyn R. Berlekamp, John H. Conway, Richard K. Guy

WINNING WAYS

for your mathematical plays, Vol. 1

© 1982 Academic Press Inc. (London) LTD

Dieser Band ist die Übersetzung der Kapitel 9–13 von Volume 1 der englischen Ausgabe (Change of Heart!).

Übersetzt von Dipl.-Math. Maria Reményi, Erlangen.

1986

Alle Rechte an der deutschen Ausgabe vorbehalten

© Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig 1986

Die Vervielfältigung und Übertragung einzelner Textabschnitte, Zeichnungen oder Bilder, auch für Zwecke der Unterrichtsgestaltung, gestattet das Urheberrecht nur, wenn sie mit dem Verlag vorher vereinbart wurden. Im Einzelfall muß über die Zahlung einer Gebühr für die Nutzung fremden geistigen Eigentums entschieden werden. Das gilt für die Vervielfältigung durch alle Verfahren einschließlich Speicherung und jede Übertragung auf Papier, Transparente, Filme, Bänder, Platten und andere Medien. Dieser Vermerk umfaßt nicht die in den §§ 53 und 54 URG ausdrücklich erwähnten Aufnahmen.

Satz: Vieweg, Braunschweig

ISBN-13: 978-3-528-08532-2

e-ISBN-13: 978-3-322-83171-2

DOI: 10.1007/978-3-322-83171-2

Für Martin Gardner,

*der mehr Mathematik
zu mehr Menschen gebracht hat
als irgend jemand sonst*



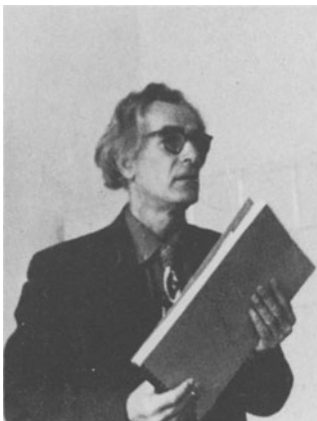
Elwyn Berlekamp wurde am 6. September 1940 in Dover (Ohio) geboren. Nach zwei Jahren als Assistant Professor an der University of California, Berkeley, und fünf Jahren bei Bell Telephone Laboratories wurde er 1971 Professor für Mathematik, Elektrotechnik und Computerwissenschaften in Berkeley.

Sein Buch *Algebraic Coding Theory* erhielt den Preis der IEEE Information Theory Group für die beste wissenschaftliche Arbeit. Eta Kappa Nu bezeichnete ihn als "Outstanding Young Electrical Engineer" (den herausragenden jungen Ingenieurwissenschaftler) des Jahres 1971 in den USA, und er wurde Präsident der IEEE Information Theory Society. 1977 wurde er zum Mitglied der US National Academy of Engineering gewählt.



John Conway wurde am 26. Dezember 1937 in Liverpool (England) geboren. Er ist Fellow des Gonville and Caius College, Cambridge, sowie Dozent für Reine Mathematik an der University of Cambridge. Er war Gastprofessor an mehreren Universitäten und lieferte originelle Beiträge zu vielen Gebieten der Mathematik, besonders zur Transfiniten Arithmetik, zur Knotentheorie, zur Geometrie in höheren Dimensionen und zur Theorie der Symmetrie (Gruppentheorie).

Bisher sind von ihm zwei Bücher erschienen, *Regular Algebra and Finite Machines* sowie *On Numbers and Games* (in deutscher Sprache erschienen unter dem Titel *Über Zahlen und Spiele*). Kürzlich wurde er zum Fellow of the Royal Society ernannt.



Richard Guy wurde am 30. September 1916 in Nuneaton (England) geboren. Er lehrte Mathematik auf verschiedenen Stufen und an den unterschiedlichsten Orten – England, Singapur, Indien, Kanada. Seit 1965 ist er Professor für Mathematik an der University of Calgary und Mitglied des Board of Governors der Mathematical Association of America.

Er ist Herausgeber der Sektion für ungelöste Probleme bei American Mathematical Monthly; ferner schrieb er den Band über Zahlentheorie für die Reihe *Unsolved Problems in Intuitive Mathematics* und bereitet einen weiteren über Kombinatorik, Graphentheorie und Spieltheorie vor. Er ist ein begeistertes Mitglied des kanadischen Alpenvereins.

Vorwort der Übersetzer

Das im Original zweibändige, jedoch in vier Abteilungen gegliederte Werk "Winning Ways" erscheint hier in vier den Abteilungen entsprechenden Bänden unter dem deutschen Titel „Gewinnen“. Band 1 wurde von Gerta Seiffert übertragen, Band 2 und 3 von Maria Reményi, Band 4 von Konrad Jacobs. Die deutsche Ausgabe folgt dem englischen Original Seite für Seite.

Angesichts der Überfülle von Anspielungen, Witzen, Wort-Neuschöpfungen, Stabreimen etc. im Originaltext haben wir folgende Übersetzungs-Strategie verfolgt:

1. Der sachliche Inhalt des Originals sollte dem deutschsprachigen Leser lückenlos übermittelt werden.
2. Sprachliche Capricen des Originals wurden im Deutschen so weit wie möglich nachgebildet; wo dies unmöglich erschien, wurde meist der englische Text beigegeben; Texte, die in Abbildungen enthalten waren, blieben häufig stehen, mit einer deutschen Übersetzung daneben; wo sich für uns der Aufwand nicht zu lohnen schien, haben wir Anspielungen des Originals auf sich beruhen lassen; dann und wann wird der Leser eine Anmerkung des Übersetzers vorfinden.
3. Was die Namen der einzelnen Spiele betrifft, so ließen uns die Lexika weitgehend im Stich; wo auch weitere Erkundigungen kein Ergebnis brachten, haben wir deutsche Spiele-Namen neu erfunden.

Wenn es uns gelungen sein sollte, die ungeheure Informationsfülle von "Winning Ways" vollständig, und die Darstellungskunst der Autoren wenigstens zum Teil in den deutschen Sprachbereich herüberzutragen, würden wir unsere Aufgabe als erfüllt ansehen.

Den vielen Helfern, auf die wir uns bei unserer Aufgabe gestützt haben, sei an dieser Stelle unser herzlicher Dank ausgesprochen. Besonderer Dank gebührt dem Vieweg-Verlag für verlegerischen Mut und umsichtige Betreuung.

*Konrad Jacobs
Maria Reményi
Gerta Seiffert*

Freiburg und Erlangen, Herbst 1984

Vorwort zur Originalausgabe

Braucht ein Buch ein Vorwort? Was sollten, nach fünfzehn Jahren Plackerei, drei talentierte Autoren noch hinzufügen?

Wir können jemandem, der im Buchladen herumschmökert, versichern: „Ja, das ist genau das Buch, das Sie suchen!“

Wir können Sie, falls Sie schnell wissen wollen, was drin steht, auf die letzte Seite unseres ausführlichen Vorspanns verweisen. Das wiederum führt Sie zu den Anfangsseiten unserer vier Bände.

Wir können dem Rezensenten, der vor der Aufgabe steht, sich durch fast tausend mit Information vollgepackte Seiten zu ackern, ein paar Punkte zu heftiger Kritik liefern: wir machen auf das Polylemma aufmerksam, in dem sich das Buch befindet. Es ist keine Enzyklopädie. Es ist zwar enzyklopädisch, aber es fehlen noch zu viele Spiele, als daß es Vollständigkeit für sich beanspruchen könnte. Es ist kein Buch über Unterhaltungsmathematik, dafür kommt zu viel ernsthafte Mathematik darin vor. Andererseits ist für uns, wie für unsere Vorgänger Rouse Ball, Dudeney, Martin Gardner, Kraitichik, Sam Loyd, Lucas, Tom O’Beirne und Fred. Schuh, die Mathematik selbst eine Art Unterhaltung. Es ist kein Lehrbuch für Anfänger, denn die Übungsaufgaben erscheinen nicht in planmäßiger Weise, mit den leichten am Anfang. Es gibt aber welche, und mit den einhundertdreiundsechzig Fehlern, die wir stehengelassen haben, bieten sie dem Leser reiche Gelegenheit zu aktiver Mitarbeit. Bleiben Sie also nicht still im Hintergrund und staunen es an – obwohl es natürlich ein Kunstwerk ist. Es ist auch kein Lehrbuch für Studenten in höheren Semestern, dazu ist es zu teuer; es enthält auch weit mehr, als man einem Studenten als Lernstoff zumuten kann. Doch es führt bis an die aktuelle Grenze der Forschung in der kombinatorischen Spieltheorie, und die vielen ungelösten Probleme werden zu weiteren Entdeckungen anregen.

Wir danken Patrick Browne für unseren Titel. Der beschäftigte uns eine ganze Weile. Eines Morgens, auf dem Weg zur Universität, kamen John und Richard auf “Whose game?”, mußten aber feststellen, daß sie es nicht buchstabieren konnten (es gibt im Englischen verschiedene Möglichkeiten!). So wurde es denn ein Einzeilenwitz auf Zeile eins des Textes. Hier ist nicht der Ort, all die Witze zu erklären, nicht einmal die neunundfünfzig privaten (jeder unserer Geburtstage erscheint mehr als einmal in dem Buch).

Omar begann als Witz, nahm aber bald Gestalt an als Kimberley King. Louise Guy half auch beim Korrekturenlesen, ihr wichtigerer Beitrag war jedoch ihre Gastfreundschaft, die es uns dreien ermöglicht hat, bei verschiedenen Gelegenheiten zusammenzuarbeiten. Louise übernahm auch die Herstellung des Manuskripts, nachdem Karen McDermid und Betty Teare viele Entwürfe geschrieben hatten.

Unsere Dankesschuld für viele inhaltliche Beiträge mag an der Zahl der Namen im Register gemessen werden. Ihnen allen wirklich gerecht zu werden, fehlt uns der Raum. Hier wenigstens eine verkürzte Liste von Helfern: Richard Austin, Clive Bach, John Beasley, Aviezri Fraenkel, David Fremlin, Solomon Golomb, Steve Grantham, Mike Guy, Dean Hickerson, Hendrik Lenstra, Richard Nowakowski, Anne Scott, David Seal, John Selfridge, Cedric Smith und Steve Tschantz.

Einen nicht geringen Anteil am sicheren Gelingen des Buches hat die kenntnisreiche und einfühlsame Beratung durch Len Cegielka, ebenso das Entgegenkommen der Redaktion von Academic Press und der Druckerei Page Bros. – sie sind auf die Eigenwilligkeiten von Autoren eingegangen, die jede Gelegenheit ergriffen, die Grammatik abzuwandeln, Wortbedeutungen zu verändern, gegen Interpunktionsregeln zu verstoßen, die Orthographie zu verdrehen, Schindluder mit der traditionellen Typographie zu treiben und abscheuliche Wortspiele und Insiderwitze einzustreuen.

Dank auch der Isaak Walton Killam Foundation für Richards Besucherstipendium an der University of Calgary während der Zusammenstellung einer entscheidenden Version des Textes, sowie dem National (Science & Engineering) Research Council of Canada für einen Zuschuß, der es Elwyn und John ermöglichte, Richard häufiger zu besuchen, als unsere weit verstreuten Wohnorte es normalerweise zugelassen hätten.

Und danke, Simon!

University of California, Berkeley

University of Cambridge, England

University of Calgary, Canada

Elwyn Berlekamp

John Conway

Richard Guy

Inhalt

- VI Die Autoren
- VII Vorwort der Übersetzer
- VIII Vorwort zur Originalausgabe



- 1 **Bäumchen-wechsle-dich**
- 3 *Kapitel 1 Wen man nicht besiegen kann, mit dem verbünde man sich!*
- 3 Des Königs sämtliche Pferde
- 4 Spiele lassen sich immer zusammenfügen
- 4 Wie weit vom Ziel ist ein Pferd?
- 7 Was ist, wenn das erste Pferd, das steckenbleibt, gewinnt?
- 9 Ein etwas langsames Produkt
- 9 Wenn die Pferde bei jedem Zug gleichberechtigt sind
- 10 Das Zerschneiden aller Kuchen
- 12 Alle-Kuchen-Essen
- 12 Wann man sein Geld auf das letzte Pferd setzen sollte
- 12 Langsames Pferd = „FERNER LIEFEN“
- 15 Lassen wir sie mal den Kuchen aufessen!

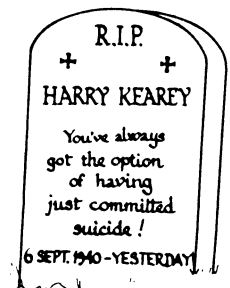


Zusätze

- 18 Des Königs sämtliche Pferde auf einem unendlichen Quadrantenbrett
- 18 Erst schneidet man den Kuchen, und dann isst man ihn
- 24 Literaturhinweise

25 *Kapitel 2 Kalte Kriege nach heißen Schlachten*

- 25 Heiße-Kuchen
- 26 Die Vereinigung von Spielen
- 26 Kalte Spiele: Zahlen bleiben Zahlen
- 26 Heiße Spiele: 'Rein in die Schlacht!
- 26 Zoll, Zeit und Ziffer
- 29 Welche Option ist die Beste?
- 30 Heiße Positionen



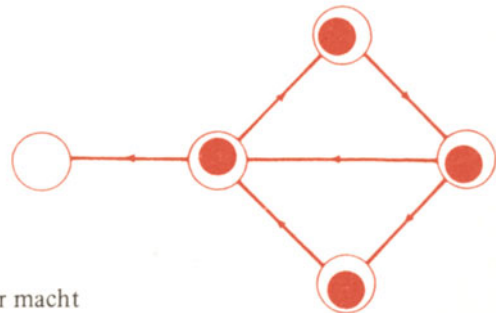
- 31 Kalte Positionen
- 32 Laue Positionen
- 34 Die ganze Wahrheit über Ziffern
- 34 Ein laues Spiel
- 36 Ein vornehmes Kinderfest
- 36 Mrs. Grundy
- 38 Wie spielt man die misère-Version einer Vereingung von polarisierten Spielen?
- 38 Dringliche Vereinigungen (muß-Heiraten?)
- 38 Propheten: Mächtige und Selbstmörder
- 38 Falada
- 45 Eins für Dich, zwei für mich, und für uns beide nichts
- 46 Noch zwei Falada-Spiele
- 47 Alaskanisches Gebäck

Zusätze

- 50 Ein famoses Falada-Feld
- 51 Die Regeln für Ziffern mit unendlichem Zoll
- 52 Die Zeit vergeht schneller als man denkt!

53 Kapitel 3 Unendliche und unbestimmte Spiele

- 53 Unendliches Hackenbush
- 55 Unendliche Ender
- 55 Die unendlichen Ordinalzahlen
- 56 Andere Zahlen
- 56 Unendliches Nim
- 59 Die Sprague-Grundy- und Smith-Theorie im Unendlichen
- 59 Ein paar superschwere Atome
- 60 Spiele mit Schleifen
- 61 Bestimmt, gemischt und frei
- 62 On-Seite und Off-Seite, Auf-Summen und Ab-Summen
- 63 Abbrecher
- 63 On, Off und Ewig
- 64 Wie groß ist On?
- 64 Es ist größer als alles andere!
- 64 Wie man Spiele approximiert
- 66 Approximation liefert die Seiten
- 66 Abbrecher haben nur eine Seite
- 69 Hackenbush mit Schleifen
- 69 Wie man Hackenbush mit Schleifen einfacher macht

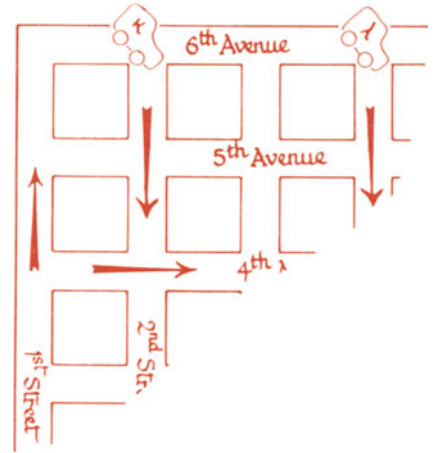


70	Unendliches Hackenbush mit Schleifen
72	Sisyphus
74	Der Umgang mit Schleifenspielen
74	Das Vergleichen von Spielen mit Schleifen
75	Die Drehstuhlstrategie
76	Abbrecher sind schöne Spiele
78	Pflaumenbäume sind schöner!
79	So pflegt man Pflaumenbäume
81	Das Arbeiten mit Auf- und Ab-Summen
82	On, Off und Heiß
83	Gesammeltes über Summen
83	Das Kartenhaus
87	Der Schleifen-Grad
90	Einbahnstraßen
94	Rückwärts-kriechende-Kröten-und-Frösche
	<i>Zusätze</i>
97	Der Beweis des Approximationssatzes
100	Lösung von Aufgabe 1
100	Ja und Nein
101	Drauf
101	Rückwärts-kriechende-Kröten-und-Frösche
103	Literaturhinweise
105	<i>Kapitel 4 Ewige und nachwirkende Spiele</i>
105	Gerechtes-Teilen-und-gemischtes-Paaren
107	Wie weit ist es bis zum Sieg?
108	Es gibt manchmal auch offene Positionen (\emptyset -Positionen)
110	De Bonos L -Spiel
112	Nattern-und-Leitern
117	Wie schleifenförmig kann's wohl werden?
117	Corrall Automotive Betterment Scheme
119	Wie man andere Sorten von Nüssen verteilt
120	Gerechtes-Teilen-und-ungleiche-Partner
120	Bonbons und Nüsse, und vielleicht ein Rendezvous?
121	Die addierenden Subtraktionsspiele
121	Pferdebremse
122	Selektive und subselektive Zusammensetzung neutraler Spiele
122	Nachwirkende Züge
123	Sonnige und mondsüchtige Positionen

- 124 Das Rechnen mit nachwirkenden Werten
- 126 Nim mit nachwirkenden Zügen
- 127 Goldbachs Nim
- 128 Wythoffs Königinnen mit Schleppe
- 130 Prim und Dim mit Schleppen
- 131 Kompliment-Züge
- 133 Am-Geländer

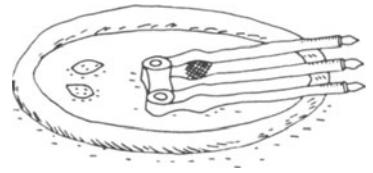
Zusätze

- 134 De Bonos L-Spiel
- 134 Beweis der Regeln über schleifenförmige Positionen
- 136 Gerechtes-Teilen-mit-ungleichen-Partnern
- 136 Waren Sie erfolgreich?
- 137 Haben Sie bei Pferdebremse als Erster gezogen?
- 138 Literaturhinweise



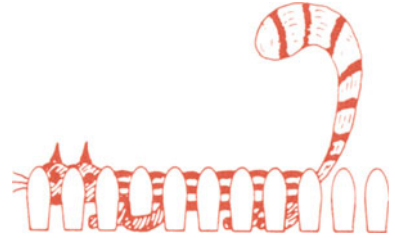
139 Kapitel 5 Überleben in der Wildnis

- 139 Misère-Nim
- 141 Reversible Züge
- 142 Die Schluß-Spiel-Klausel
- 142 Die grausame Wahrheit
- 144 Wieviel bleibt von den alten Regeln richtig?
- 145 Ist es so einfach wie zwei und zwei?
- 145 Die misère-Form von Grundys Spiel
- 148 Tiere und ihr Geschlecht
- 149 Was man mit dem Geschlecht alles anfangen kann
- 149 Solide, launisch und zahm
- 151 Welche Tiere sind zahm...
- 151 ...und welche sind störrisch?
- 153 Ein Paar zahme Tiere aus dem Zoo des braven Kindes
- Die misère-Version von Wythoffs Königinnenspiel
- 154 Geleebohnen und Zitronenbonbons
- 155 Pirschen, Nattern und Quadrate-nehmen
- 156 „Aber was ist, wenn sie wild sind?“ fragt das böse Kind
- 157 Kegeln in der misère-Form
- 158 Das Arche-Noah-Theorem
- 161 Das halbzahme Theorem
- 162 Guiles
- 162 Teilungsliniale
- 164 Dawson, Offiziere, Grundy



Zusätze

- 168 Alle Subtraktionsspiele reduzieren sich auf Nim
168 Prim und Dim
169 Beweis des Arche-Noah-Theorems
169 Oktalspiele in der misère-Version
172 Es gibt noch viel mehr zählbare Spiele!
Zusatz während der Drucklegung (*“stop press”*)
172 Literaturhinweise

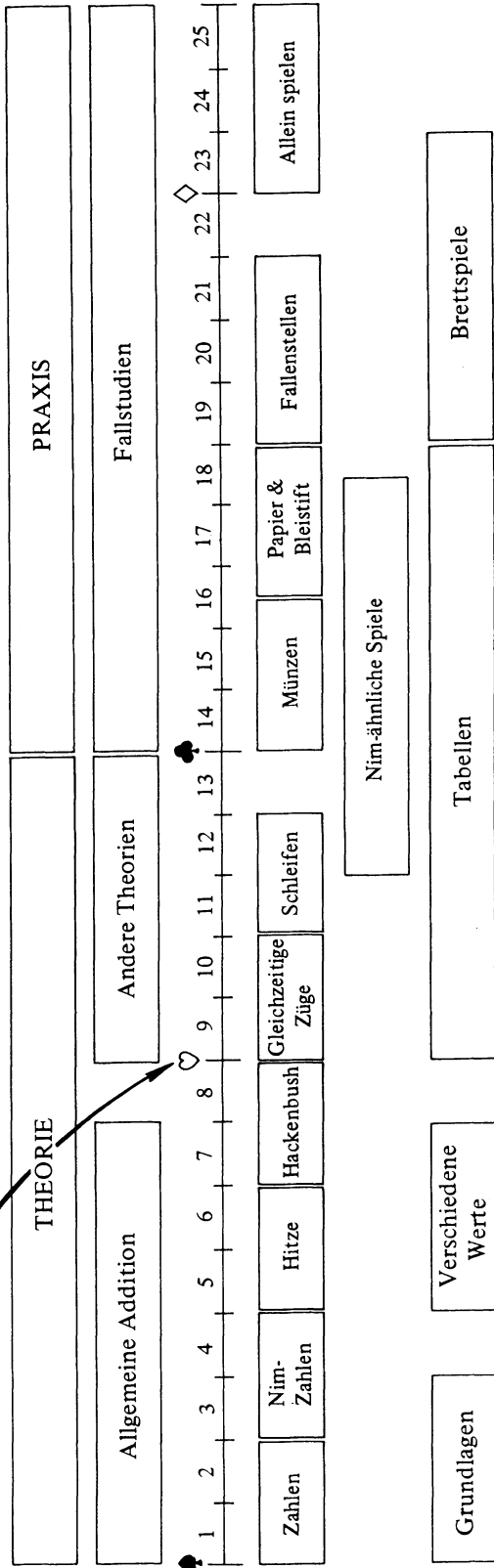
173 **Register**177 **Inhaltsübersicht zu „Gewinnen“, Bände 1–4**

Wenn Sie ungefähr wissen wollen, was wo steht, halten Sie sich an die Symbole, die zu unseren vier Hauptthemen gehören:

- ♣ Von der Pike auf Band 1
- ♥ Bäumen-wechsle-dich Band 2
- ♠ Fallstudien Band 3
- ◇ Solitairspiele Band 4

Sie sind jetzt hier

Es gibt noch mehr Querverbindungen zwischen den verschiedenen Kapiteln:



Sie sollten sich aber ein beliebiges Kapitel vornehmen und fast alles daraus lesen können, ohne auf Früheres zurückzugreifen, vielleicht mit Ausnahme der Grundideen am Anfang des Buches.