# Grundkurs Funktionentheorie

Von Prof. Dr. rer. nat. Gerald Schmieder
Universität Oldenburg

B. G. Teubner Stuttgart 1993

Prof. Dr. rer. nat. Gerald Schmieder

Geboren 1948 in Bad Pyrmont. Von 1968 bis 1973 Studium der Mathematik und Physik an der Technischen Universität Hannover. Ab 1974 Assistent am Institut für Mathematik der Universität Hannover, Habilitation im Jahre 1982. Von 1986 bis 1989 Lehrstuhlvertreter am Mathematischen Institut der Universität Würzburg. Seit 1990 Professor am Fachbereich Mathematik der Universität Oldenburg.

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

**Schmieder, Gerald:**
Grundkurs Funktionentheorie / von Gerald Schmieder. –
Stuttgart : Teubner, 1993
(Teubner Studienbücher : Mathematik)
ISBN-13: 978-3-519-02093-6 e-ISBN-13: 978-3-322-82964-1
DOI: 10.1007/ 978-3-322-82964-1



Gesamtherstellung: Druckhaus Beltz, Hemsbach/Bergstraße
Einband: Tabea u. Martin Koch, Ostfildern/Stuttgart

# Vorwort

Funktionentheorie ist, nach heute üblichem Wortverständnis, das Wissen über Funktionen *einer* komplexwertigen Veränderlichen. Dabei wird der bewährte reelle Differenzierbarkeitsbegriff analog auf Funktionen übertragen, welche die Ebene oder Teile davon in sich selbst abbilden. Überraschenderweise führt das zu vollkommen neuen Erkenntnissen, die den gleichermaßen schönsten wie den wohl auch traditionsreichsten Teil der Analysis ausmachen.

Das vorliegende Lehrbuch ist aus Vorlesungen entstanden, die ich mehrfach in Würzburg und in Oldenburg gehalten habe. Vieles in der vorliegenden Darstellung findet sich auch anderswo so oder zumindest ähnlich, aber sicher nicht alles.
Es wurde bewußt darauf verzichtet, im Text benötigte Grundbausteine der reellen Analysis auszuführen, wie zum Beispiel den Begriff der totalen Differenzierbarkeit. Der Leser möge gegebenenfalls in einem Lehrbuch zur reellen Analysis nachschlagen, etwa in dem von Heuser [6], wo auch Begriffe gefunden werden können, deren Kenntnis hier vorausgesetzt ist.
Dagegen wird sowohl eine Einführung in die später benötigten topologischen Grundlagen (Zusammenhang), wie auch eine solche zur Theorie der reellen Kurvenintegrale hier explizit gegeben, da diese Dinge in den Einführungsvorlesungen oft nicht oder kaum behandelt werden. Für weitergehende Informationen zur Topologie sei exemplarisch auf das Lehrbuch von Cigler/Reichel [5] hingewiesen.
Die Methode des reellen Kurvenintegrals wird hier später (Kapitel 2) zur Konstruktion einer konjugiert harmonischen Funktion herangezogen. Aber auch zur Motivation der Definition des komplexen Kurvenintegrals, dessen Bildung nur eine formale Übertragung aus dem Reellen ins Komplexe darstellt, ist Vertrautheit mit dem reellen Kurvenintegral von Nutzen und dieses ist auch ein wichtiger Grund für die Behandlung im vorbereitenden Kapitel 0.
Dieses Buch ist in erster Linie zum Gebrauch neben Vorlesungen und zum Nacharbeiten einer einführenden Funktionentheorie-Vorlesung gedacht. Bei entsprechender mathematischer Vorbildung dürfte es aber auch zum Selbststudium geeignet sein. Bei der Auswahl des Stoffes habe ich mich bemüht der Versuchung zu widerstehen, allzu viele Dinge zu behandeln und dadurch den angestrebten

Grundcharakter dieses Buches zu gefährden. Es gibt viel Interessantes, was hier nicht zu finden ist, aber, nach der Lektüre sollte es möglich sein, die gängige Funktionentheorie-Literatur selbst lesen zu können.
Die Beschäftigung mit den am Ende der meisten Kapitel gestellten Übungsaufgaben wird jeder Leserin und jedem Leser unbedingt empfohlen. Der Schwierigkeitsgrad dieser Aufgaben ist so gehalten, daß sie nach angemessener Beschäftigung mit der vorangegangenen Theorie zu bewältigen sein sollten.
Die Literaturliste am Ende des Buches erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit, sondern soll nur Anregungen geben, wo weiterführende oder ergänzende Informationen erhalten werden können.
Die folgenden Kapitel erfüllen dann ihren Zweck, wenn es ihnen die Schönheit der Funktionentheorie zu vermitteln gelingt.
Mein Dank gilt Herrn Martin Sievers für das sorgfältige Korrekturlesen des Skriptes, das diesem Buch vorangegangen ist. Dem Teubner Verlag sei gedankt für die große Geduld und für die gute Zusammenarbeit.

Oldenburg, im Frühjahr 1993 — Gerald Schmieder

# Inhaltsverzeichnis