Teil 3
Ganzzahlige/Kombinatorische Optimierung

Überblick zum 3. Teil (Ganzzahlige/Kombinatorische Optimierung)

In diesem Teil werden die Ganzzahlige und die Kombinatorische Optimierung eingeführt. Dabei geht es um die Ermittlung von ganzzahligen Lösungsvektoren bzw. um die Ermittlung bestmöglicher, zugelassener Kombinationen aus einer endlichen Menge von verfügbaren Elementen. Hier tritt deutlich die Diskretheit der in Frage kommenden Optionen auf. Und dies macht auch die hier auftretenden Problemarten schwieriger als z.B. die Lineare oder Nichtlineare Optimierung, weil jetzt die kontinuierlichen, gleitenden Übergänge von erreichter (suboptimaler) zu besserer oder bester Lösung fehlen. Die beiden angesprochenen Bereiche werden (auch) unter ihrem Komplexitätsaspekt gesehen und bewertet.

Die Behandlung dieses extrem umfangreichen, weil sehr vielschichtigen Gebietes kann im hier gesetzten Rahmen nur exemplarisch erfolgen. Wir beschränken uns deshalb in der Ganzzahligen Optimierung auf die Entwicklung des allgemeinen Branch- und Bound-Verfahrens, des Dakin-Verfahrens und der Schnittebenen-Verfahren von Gomory. Daneben werden die Polyedertheorie der konvexen Hüllen aus den zulässigen ganzzahligen Punkten und die größenordnungsmäßigen Abschätzungen besprochen, die aus der Kodierungslänge-Analyse von linearer Optimierung folgen. Damit lassen sich dann Beschränkungen herstellen und Endlichkeitsbeweise führen.

Das zweite Kapitel (Kapitel 22) macht – in Anlehnung an [21] – den Leser mit graphentheoretischen Objekten vertraut und führt somit in die Sprache der folgenden Kapitel ein.

Das dritte Kapitel (Kapitel 23) stellt die wichtigsten Begriffe der Worst-Case-Komplexitätstheorie von Problemen und Algorithmen zusammen.

Im vierten Teil (Kapitel 24) geht es um einfache Bearbeitungstechniken für Graphen und Digraphen, wie die Ermittlung von aufspannenden Bäumen, die Kreiskonstruktion, die topologische Sortierung und die Bestimmung kürzester Wege.

Danach wenden wir uns Flussproblemen auf Netzwerken zu, vorgestellt werden der Flussmaximierungsalgorithmus von Ford-Fulkerson und ein Minimalkostenflussalgorithmus, der auf der Analyse augmentierender Netzwerke beruht.

Schließlich erörtern wir schwere, $\mathbb{NP}$-vollständige Probleme und ihre approximative Lösung durch Einsatz von Heuristiken. Dies geschieht beispielhaft am Knapsackproblem (als Repräsentant für ein typisches ganzzahliges) und am Traveling-Salesman-Problem (als Repräsentant für ein typisch graphentheoretisches Problem). Es wird Wert gelegt auf die Erörterung von polynomialen Approximationsverfahren, von Eröffnungs- und Verbesserungsverfahren und von primalen und dualen Heuristiken mit Relaxationsprinzipien.

Eine stark prägende Vorgabe für diese Darstellung gab das Augsburger Skript meines ehemaligen Kollegen Grötschel [20] ab, wobei hier nur ein Teil exemplarisch ausgewählt ist.

Die Ganzzahlige Optimierung orientiert sich zusätzlich an Schrijver [56] und Burkard [8], die Komplexitätstheorie an Aho, Hopcroft, Ullman [2].

In die Teile über Flüsse, Packungsprobleme und Rundreiseprobleme flossen viele Anregungen aus Jungnickel [28], Nemhauser, Wolsey [43], Lawler et al. [35] sowie Papadimitriou, Steiglitz [49] ein.