Teil 2
Nichtlineare Optimierung

Überblick zum 2. Teil (Nichtlineare Optimierung)

In diesem Teil lösen wir uns von der vereinfachenden Annahme, dass alle auftretenden Funktionen linear sind. Was hier behandelt wird, ist im eigentlichen Sinne eine „nicht notwendigerweise lineare Optimierung“. Man untersucht Methoden, die die Optimalpunkte iterativ annähern (sollen) und diskutiert unter anderem die Frage, ob und welche Erkenntnisse aus der Linearen Optimierung noch erhalten bleiben, wenn die Linearität nicht mehr gesichert, aber ersetzt worden ist durch Differenzierbarkeit und Konvexität.

Unsere Darstellung folgt in vielen Teilen dem Buch von Bazaraa, Sherali und Shetty [3], an das sich auch viele Beispiele und Abbildungen anlehnen. In einigen Kapiteln stützen wir uns auf Mangasarian [37] und Luenberger [36], das Augsburger Vorlesungskript von Grötschel und Colonius [23], und vereinzelt auf Spellucci [57] und Dennis und Schnabel [14].

Im ersten Kapitel dieses Teils (Kapitel 12) legen wir Wert auf die Erarbeitung von „Nichtlinearer“ und „Konvexer“ Optimierung aus der Anfängervorlesung „Analysis II“ heraus. Deshalb stehen am Beginn zunächst Aufarbeitungen von Differenzierbarkeitseigenschaften und von Konvexität.
Daran schließt sich ein Kapitel über notwendige und hinreichende Optimalitätskriterien an. Ich sehe darin den Hauptzweck der ersten Hälfte dieses Teils, der dann im dritten Kapitel (Kapitel 14) abgerundet wird von Betrachtungen über Dualität und Sattelpunkte.

Einen Übergang vom Analysieren zum spezifischen Problem-Lösen stellt das vierte Kapitel (Kapitel 15) dar, in dem es um grundsätzliche Eigenschaften von Lösungsalgorithmen geht, wie beispielsweise um Konvergenzverhalten, Abgeschlossenheit oder Unabhängigkeit von Startpunktwahl oder Rundungsverhalten.

Ab dem fünften Kapitel (Kapitel 16) werden Spezialalgorithmen zur Lösung einzelner (Teil-) Aufgaben besprochen. Zunächst geht es vor allen Dingen um das Auffinden von Optimalpunkten in eindimensionalen Bereichen (Liniensuche).

Danach, in Kapitel 17, werden Methoden zur Minimierung auf unrestringierten Bereichen vorgestellt. Eine herausragende Rolle nehmen dabei quadratische Optimierungsprobleme ein, weil oft durch die Lösung quadratischer Annäherungen gute Iterationsfolgen für die Originalprobleme entstehen.

Schließlich diskutieren wir im siebten Kapitel (Kapitel 18) dieses Teils Konzepte zur Optimierung bei Vorliegen von Restriktionen, wie Straffunktions-Barriere-Verfahren, Methoden der zulässigen Richtungen und Projektionsverfahren.
Danach kehren wir in zwei Kapiteln noch einmal zur Linearen Optimierung zurück, weil wir nun nämlich in der Lage sind, den Algorithmus von Karmarkar zu analysieren und seine Polynomialität zu beweisen. Unter Vorlage einer Arbeit von Gonzaga [18] gelingt dies in der Sprache der eben erlernten Nichtlinearen Optimierung.
Zum Abschluss wird noch eine andere Art von Innere-Punkte-Verfahren vorgestellt, nämlich die Pfadfolgenden Methoden. Angelehnt an eine Arbeit von Roos [54] wird gezeigt, dass die Komplexität bei diesem Verfahren noch deutlich besser ist.