



**DMV Seminar
Band 16**

Springer Basel AG

Joseph Mecke
Rolf G. Schneider
Dietrich Stoyan
Wolfgang R. R. Weil

Stochastische Geometrie

1990

Springer Basel AG

Autoren:

J. Mecke
FSU Jena
Sektion Mathematik
UHH
DDR-6900 Jena

R. Schneider
Universität Freiburg
Mathematisches Institut
Albertstrasse 23 b
D-7800 Freiburg

D. Stoyan
Bergakademie Freiberg
Sektion Mathematik
DDR-9200 Freiberg

W. Weil
Universität Karlsruhe
Mathematisches Institut II
Englerstrasse 2
D-7500 Karlsruhe

Deutsche Bibliothek Cataloguing-in-Publication Data

Stochastische Geometrie / Joseph Mecke ... – Basel ; Boston ;
Berlin : Birkhäuser, 1990
(DMV-Seminar ; Bd. 16)

ISBN 978-3-7643-2543-5

ISBN 978-3-0348-7029-0 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-0348-7029-0

NE: Mecke, Joseph [Mitverf.]; Deutsche Mathematiker-Vereinigung:
DMV-Seminar

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, der Entnahme von Abbildungen, der Funksendung, der Wiedergabe auf photomechanischem oder ähnlichem Wege und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Die Vergütungsansprüche des § 54, Abs. 2 UrhG werden durch die »Verwertungsgesellschaft Wort«, München, wahrgenommen.

© 1990 Springer Basel AG

Ursprünglich erschienen bei Birkhäuser Verlag Basel 1990.

Vorwort

Vom 1. bis 8. Oktober 1989 fand im Kloster Neresheim das DMV-Seminar "Stochastische Geometrie" statt.

Das Ziel dieser Veranstaltung war es, die Stochastische Geometrie, die sich in den letzten Jahren lebhaft entwickelt hat und die auch für Anwendungen in der Bildverarbeitung, der Stereologie und der Statistik von räumlichen Daten eine grundlegende Bedeutung bekommen hat, einem breiteren Kreis von Mathematikern nahe zu bringen. Dabei sollte auch das Zusammenwirken geometrischer Ideen und stochastischer Modelle exemplarisch aufgezeigt werden.

Die Vorträge über Integralgeometrie (R. Schneider), zufällige Mengen und geometrische Punktprozesse (W. Weil), zufällige Mosaik und Ebenenprozesse (J. Mecke), Kenngrößen geometrischer Strukturen und Statistik von Punktprozessen, zufälligen Mengen und Mosaiken (D. Stoyan) wurden ergänzt durch speziellere Themen (zufällige Geraden, allgemeine Poissonprozesse, Boolesche Modelle, Punktprozeßmodelle), Computer-Simulationen und Fallbeispiele. Der folgende Text enthält die ausgearbeiteten Vorträge, wobei einige der Ergänzungen eingearbeitet wurden. Eine Einführung in die Theorie allgemeiner Poissonprozesse (J. Mecke) wurde als Anhang A aufgenommen.

Es erschien uns nicht sinnvoll, die vollständigen Programme zu den Simulationen abzdrukken. Wir haben aber für einige Grundstrukturen der Stochastischen Geometrie Simulationsprogramme als Anhang B beigefügt. Bilder solcher Simulationen sowie Bilder von realen geometrischen Daten und zufälligen geometrischen Strukturen aus der Praxis sind in den Text aufgenommen worden.

Die Programme stammen in der vorliegenden Form von Herrn Dipl.-Math. H. Fallert, der auch einen großen Teil der Simulationen durchgeführt hat. Die Reinschrift der Manuskripte wurde von Frau U. Peters vorgenommen. Beiden

möchten wir an dieser Stelle für ihre Mithilfe danken.

Wir haben uns bemüht, aus unseren vier Beiträgen einen fortlaufenden, aufeinander aufbauenden Text zu erarbeiten, der dem Leser einen Einblick in Denkweisen und Problemstellungen der Stochastischen Geometrie erlaubt. Dennoch ist sicherlich die individuelle Handschrift der Autoren in den vier Kapiteln sichtbar geblieben.

Jena, Freiburg i. Br., Freiberg und Karlsruhe, im Juni 1990

J. Mecke

R. Schneider

D. Stoyan

W. Weil

Inhalt

Einleitung		9
Kapitel 1	Integralgeometrische Grundlagen der Stochastischen Geometrie	
1.1	Anschauliche Vorbetrachtungen	15
1.2	Krümmungsmaße und Minkowski-Funktionale	23
1.3	Integralgeometrische Formeln für Krümmungsmaße	32
1.4	Ausdehnung auf den Konvexring	42
Kapitel 2	Zufällige Mengen und geometrische Punktprozesse	
2.1	Einleitung	49
2.2	Zufällige abgeschlossene Mengen	50
2.3	Charakteristische Größen zufälliger Mengen	55
2.4	Quermaßdichten	58
2.5	Punktprozesse abgeschlossener Mengen	63
2.6	k -Ebenenprozesse	68
2.7	Partikelprozesse	72
2.8	Quermaßdichten für Partikelprozesse	76
2.9	Formeln für Boolesche Modelle	80
Kapitel 3	Zufällige Mosaik und Ebenenprozesse	
3.1	Einleitung	85
3.2	Zufällige ebene Mosaik	86
3.3	Typische Objekte	89
3.4	Mittelwerte	90
3.5	Richtungsverteilung	95
3.6	Mengenerwartungswerte	99
3.7	Ursprungszelle	101
3.8	Ungleichungen für Geradenmosaik	104
3.9	Hyperebenenmosaik	106
3.10	Steinersches Kompaktum für Hyperebenenprozesse	108
3.11	Poissonsche Hyperebenenmosaik	109
3.12	Ungleichungen für Poissonsche Hyperebenenmosaik	111

3.13	Grundbegriffe für k -Ebenenprozesse	113
3.14	Poissonsche k -Ebenenprozesse	114
3.15	Ein Extremalproblem	116
3.16	Der Fall $d = 4$	118
Kapitel 4	Statistik für einige Modelle der Stochastischen Geometrie	
4.1	Einleitung	121
4.2	Einige Kenngrößen geometrischer Strukturen	123
4.3	Beschreibende Statistik für gewöhnliche Punktprozesse	131
4.4	Statistik für den Poissonprozeß	138
4.5	Simulationsmethoden in der räumlichen Statistik	142
4.6	Statistik für das Boolesche Modell mit konvexen Körnern	153
4.7	Statistik für ebene Mosaik	160
Anhang A	Allgemeine Punktprozesse	
A.1	Vorbemerkungen	165
A.2	Definition	167
A.3	Endlichdimensionale Verteilungen	171
A.4	Erzeugendes Funktional	174
A.5	Allgemeine Poissonprozesse	178
A.6	Faktorielle Momentenmaße	182
Anhang B	Programme für Simulationen	
B.1	Vorbemerkungen	185
B.2	Programme	186
Literatur		199
Symbolliste		210
Stichwortverzeichnis		213