

ISNM

INTERNATIONAL SERIES OF NUMERICAL MATHEMATICS
INTERNATIONALE SCHRIFTENREIHE ZUR NUMERISCHEN MATHEMATIK
SÉRIE INTERNATIONALE D'ANALYSE NUMÉRIQUE

Editors:

*Ch. Blanc, Lausanne; A. Ghizetti, Roma; A. Ostrowski, Montagnola; J. Todd, Pasadena;
H. Unger, Bonn; A. van Wijngaarden, Amsterdam*

VOL. 10

Abstract Spaces and Approximation

Proceedings of the Conference
held at the Mathematical Research Institute at Oberwolfach, Black Forest,
July 18—27, 1968

Edited by
P. L. Butzer and B. Szökefalvi-Nagy

Abstrakte Räume und Approximation

Abhandlungen zur Tagung
im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach, Schwarzwald,
vom 18. bis 27. Juli 1968

Herausgegeben von
P. L. Butzer und B. Szökefalvi-Nagy



1969

Springer Basel AG

ISBN 978-3-0348-5871-7 ISBN 978-3-0348-5869-4 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-0348-5869-4

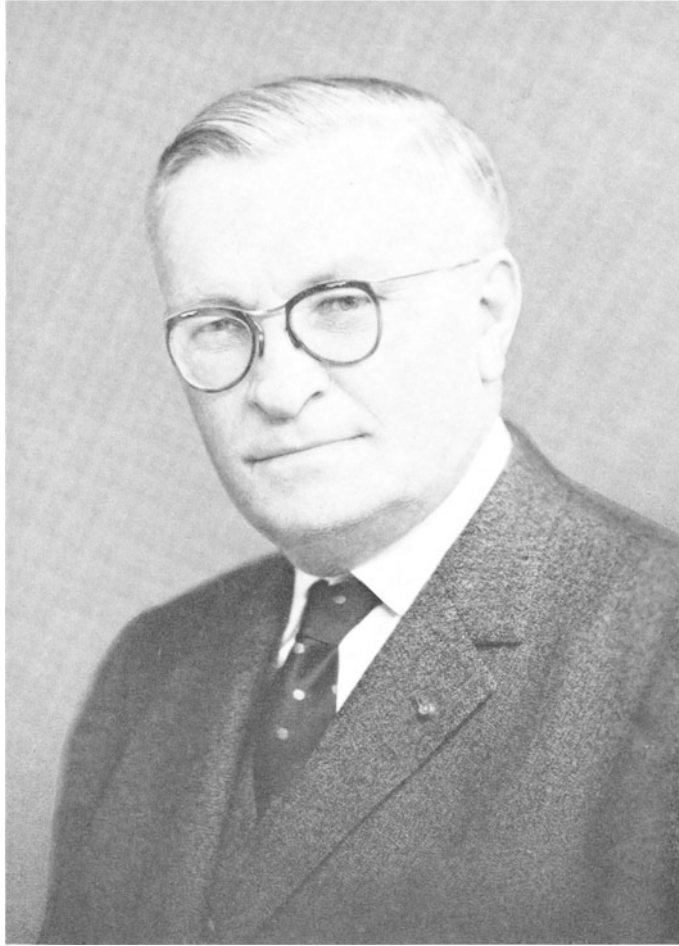
Nachdruck verboten

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung in fremde Sprachen und
der Reproduktion auf photostatischem Wege oder durch Mikrofilm, vorbehalten.

© Springer Basel AG 1969.

Originally published by Birkhäuser Verlag Basel in 1969.

Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1969



In Memory of

JEAN FAVARD

Born on August 28, 1902 at Peyrat-la-Nonière

Died on January 21, 1965 at Grenoble

FOREWORD

The present conference took place at Oberwolfach, July 18—27, 1968, as a direct follow-up on a meeting on *Approximation Theory* [1] held there from August 4—10, 1963. The emphasis was on theoretical aspects of approximation, rather than the numerical side. Particular importance was placed on the related fields of functional analysis and operator theory. Thirty-nine papers were presented at the conference and one more was subsequently submitted in writing. All of these are included in these proceedings. In addition there is a report on new and unsolved problems based upon a special problem session and later communications from the participants. A special role is played by the survey papers also presented in full. They cover a broad range of topics, including invariant subspaces, scattering theory, Wiener-Hopf equations, interpolation theorems, contraction operators, approximation in Banach spaces, etc. The papers have been classified according to subject matter into five chapters, but it needs little emphasis that such thematic groupings are necessarily arbitrary to some extent.

The Proceedings are dedicated to the memory of Jean Favard. It was Favard who gave the Oberwolfach Conference of 1963 a special impetus and whose absence was deeply regretted this time. An appreciation of his life and contributions was presented verbally by Georges Alexits, while the written version bears the signatures of both Alexits and Marc Zamansky.

Our particular thanks are due to E. Görlich, who did a large part of the general editorial work; to H. S. Shapiro for collecting and editing the problems and to J. Kemper, Aachen, who helped in reading the proofs; to Mr. C. Einsele of Birkhäuser Verlag, Basel, for his personal interest; and to the Szeged printing house for their cooperation.

P. L. BUTZER
Technological University of Aachen

B. SZ.-NAGY
University of Szeged

[1] *ON APPROXIMATION THEORY*, ed. P. L. Butzer and J. Korevaar.

Proceedings of the Conference at Oberwolfach, August 4—10, 1963. ISNM, vol. 5, Birkhäuser, Basel 1964.

CONTENTS

Foreword	5
Contents	7
List of participants	11
Wissenschaftliches Programm der Tagung	13
Zur Tagung	17
G. ALEXITS et M. ZAMANSKY: Jean Favard 1902—1965	19

I. Operator Theory

P. R. HALMOS: Invariant subspaces	26
I. I. HIRSCHMAN, Jr.: The asymptotic behavior of finite section Wiener-Hopf equations	31
R. G. DOUGLAS: On the spectrum of Toeplitz and Wiener-Hopf operators .	53
R. S. PHILLIPS: Scattering theory for hyperbolic equations	67
B. SZ.-NAGY: Hilbertraum-Operatoren der Klasse C_0	72
U. WESTPHAL: Über Potenzen von Erzeugern von Halbgruppenoperatoren	82

II. Interpolation and Approximation on Banach Spaces

G. G. LORENTZ and T. SHIMOGAKI: Interpolation theorems for spaces A	94
R. O'NEILL: Adjoint operators and interpolation of linear operators ...	99
H. BERENS: Über Approximationsprozesse auf Banachräumen	107
P. L. BUTZER und K. SCHERER: Über die Fundamentalsätze der klassischen Approximationstheorie in abstrakten Räumen	113
G. ALEXITS: Über die Charakterisierung von Funktionenklassen durch beste lineare Approximation	126
I. SINGER: Some remarks and problems on bases in Banach spaces ..	130
B. BROSOWSKI: Nichtlineare Approximation in normierten Vektorräumen .	140

III. Harmonic Analysis and Approximation

P. R. MASANI:	An explicit form for the Fourier-Plancherel transform over locally compact Abelian groups	162
R. A. HIRSCHFELD:	Conjugacy of transformation groups	183
J.-P. KAHANE:	Approximation par des exponentielles imaginaires; ensembles de Dirichlet et ensembles de Kronecker	190
H. S. SHAPIRO:	Approximation by trigonometric polynomials to periodic functions of several variables	203
E. GÖRLICH:	Saturation theorems and distributional methods	218
G. SUNOUCHI:	Derivatives of a trigonometric polynomial of best approximation	233
L. LEINDLER:	On strong summability of Fourier series	242
J. L. B. COOPER:	Linear transformations subject to functional equations induced by group representations	248
P. G. ROONEY:	Generalized H_p spaces and Laplace transforms	258
T. K. BOEHME:	Approximation by convolution	270

IV. Algebraic and Complex Approximation

T. J. RIVLIN:	A duality theorem and upper bounds for approximation ..	274
R. B. SCHNABL:	Zum Saturationsproblem der verallgemeinerten Bernsteinoperatoren	281
M. W. MÜLLER:	Über die Approximation durch Gammaoperatoren	290
P. O. RUNCK:	Bemerkungen zu den Approximationssätzen von Jackson und Jackson-Timan	303
M. v. GOLITSCHKE:	Jackson-Sätze für Polynome $\sum_{i=0}^s a_i x^{p_i}$	309
Elena POPOVICIU:	Sur la notion de convexité par rapport á un procédé d'interpolation	321
T. POPOVICIU:	Sur la conservation de l'allure de convexité des fonctions par des polynomes d'approximation	328
J. KOREVAAR and C. K. CHUI:	Potentials of families of unit masses on disjoint Jordan curves	338
P. C. CURTIS, Jr.:	On a theorem of Keldysh and Wiener	351

V. Numerical and Spline Approximation, Differential Equations

A. M. OSTROWSKI: Über das Restglied der Euler-MacLaurinschen Formel . . .	358
K. ZELLER: Runge-Kutta-Approximationen	365
J. NITSCHKE: Eine Bemerkung zur kubischen Spline-Interpolation	367
A. SHARMA and A. MEIR: Convergence of a class of interpolatory splines	373
W. WALTER: Approximation für das Cauchy-Problem bei parabolischen Differentialgleichungen mit der Linienmethode	375
H. GÜNZLER and S. ZAIDMAN: Abstract almost periodic differential equations .	387
J. LÖFSTRÖM: On the rate of convergence of difference schemes for para- bolic initial-value problems and of singular integrals	393
New and Unsolved Problems	416
Alphabetical list of papers	423

LIST OF PARTICIPANTS

G. ALEXITS	Budapest
H. AMANN	Freiburg i. Br.
H. BERENS	Aachen und Santa Barbara, Calif.
J. BLATTER	Bonn und Austin, Texas
T. K. BOEHME	Santa Barbara, Calif.
B. BROSWOSKI	München
P. L. BUTZER	Aachen
J. L. B. COOPER	London
P. C. CURTIS, Jr.	U.C.L.A., Los Angeles
R. G. DOUGLAS	Ann Arbor, Mich.
H. FRIED	Freiburg i. Br.
E. GÖRLICH	Aachen
M. v. GOLITSCHKEK	Würzburg
H. GÜNZLER	Göttingen und Gainesville, Florida
P. R. HALMOS	Ann Arbor, Mich. und Honolulu, Hawaii
H. P. HELFRICH	Freiburg i. Br.
R. A. HIRSCHFELD	Nijmegen, Niederlande
I. I. HIRSCHMAN	St. Louis, Missouri
H. JOHNNEN	Aachen
J.-P. KAHANE	Paris
J. KOREVAAR	La Jolla, Calif.
H. LANGE	Freiburg i. Br.
L. LEINDLER	Szeged, Ungarn
J. LÖFSTRÖM	Lund, Schweden
G. G. LORENTZ	Syracuse, N.Y. und Austin, Texas
K. MENZEL	Freiburg i. Br.
P. MASANI	Bloomington, Ind.
M. W. MÜLLER	Stuttgart
R. J. NESSEL	Aachen
J. A. NITSCHKE	Freiburg i. Br.

R. O'NEIL	Albany, N.Y.
A. M. OSTROWSKI	Basel und Certenago, Tessin
Pia PFLUGER	Zürich und Bloomington, Ind.
R. S. PHILLIPS	Stanford, Calif.
Elena POPOVICIU	Cluj, Rumänien
T. POPOVICIU	Cluj, Rumänien
Th. J. RIVLIN	I.B.M. Yorktown Heights, N.Y.
P. G. ROONEY	Toronto
P. O. RUNCK	Clausthal-Zellerfeld
K. SCHERER	Aachen
R. B. SCHNABL	Stuttgart und Wien
H. S. SHAPIRO	Ann Arbor, Mich.
A. SHARMA	Edmonton, Canada
I. SINGER	Bukarest
E. STARK	Aachen
G. SUNOUCHI	Sendai, Japan
B. SZ.-NAGY	Szeged, Ungarn
W. TREBELS	Aachen
W. WALTER	Karlsruhe
U. WESTPHAL	Aachen
F. WILLE	Freiburg i. Br.
K. ZELLER	Tübingen

WISSENSCHAFTLICHES PROGRAMM DER TAGUNG

Freitag, 19. Juli

Frühsitzung 10—12.45 Uhr, Vorsitz: P. L. Butzer

E. GÖRLICH: Saturation theorems and distributional methods

R. S. PHILLIPS: Scattering theory for hyperbolic equations

Nachmittagssitzung 17.30—18.30 Uhr, Vorsitz: G. Alexits

J. KOREVAAR: 1) Approximation by linear combinations of monomials $s^m t^n$

2) Approximation by potentials of distributions of unit masses

Abendsitzung 19.30—20.20 Uhr, Vorsitz: G. Alexits

B. BROSOWSKI: Nichtlineare Approximation in normierten Vektorräumen

Samstag, 20. Juli

Frühsitzung 9—13 Uhr, Vorsitz: G. G. Lorentz

G. SUNOUCHI: Derivatives of a trigonometric polynomial of best approximation

P. L. BUTZER und K. SCHERER: Über die Fundamentalsätze der klassischen Approximationstheorie in abstrakten Räumen

Elena POPOVICIU: Sur la notion de convexité par rapport à un procédé d'interpolation

I. I. HIRSCHMAN, Jr.: The asymptotic behavior of finite section Wiener-Hopf equations

Nachmittagssitzung 17.30—18.30 Uhr, Vorsitz: R. S. Phillips

P. R. MASANI: An explicit form for the Fourier-Plancherel transform over locally compact Abelian groups

Abendsitzung 19.30—20.30 Uhr, Vorsitz: R. S. Phillips

R. G. DOUGLAS: On the spectrum of Toeplitz and Wiener-Hopf operators

Sonntag, 21. Juli

Frühsitzung 10—12.45 Uhr, Vorsitz: T. Popoviciu

H. BERENS und U. WESTPHAL: Über Approximationsprozesse auf Banachräumen

G. G. LORENTZ: Interpolation theorems for spaces \mathcal{A}

Nachmittagssitzung 17,30—18.30 Uhr, Vorsitz: A. Ostrowski

A. SHARMA: Convergence of a class of interpolatory splines

Abendsitzung 19.30—20.30 Uhr, Vorsitz: A. Ostrowski

G. ALEXITS: Über die Charakterisierung von Funktionenklassen durch beste lineare Approximation

Montag, 22. Juli

1. Frühsitzung 9—11 Uhr, Vorsitz: B. Sz.-Nagy

P. R. HALMOS: Invariant subspaces

R. O'NEIL: Adjoint operators and interpolation of linear operators

2. Frühsitzung 11.15—13 Uhr, Vorsitz: J. Korevaar

J. L. B. COOPER: Linear transformations subject to functional equations induced by group representations

T. K. BOEHME: Approximation by convolution

Nachmittagssitzung 17.30—18.30 Uhr, Vorsitz: P. R. Halmos

B. SZ.-NAGY: Kontraktionen der Klasse C_0

Abendsitzung 19.30—20.30 Uhr, Vorsitz: P. R. Halmos

P. C. CURTIS: Rational and harmonic approximation on plane sets

Dienstag, 23. Juli

Abendsitzung 19.30—20.30 Uhr, Vorsitz: H. S. Shapiro

— Neue und ungelöste Probleme —

Mittwoch, 24. Juli

1. Frühsitzung 9—10 Uhr, Vorsitz: P. L. Butzer

G. ALEXITS: In memoriam Jean Favard

2. Frühsitzung 10.30—13 Uhr, Vorsitz: G. Sunuouchi

H. S. SHAPIRO: Application of Fourier methods to approximation theory

J.P. KAHANE: Approximation par des exponentielles imaginaires; ensembles de Dirichlet et ensembles de Kronecker

Nachmittagssitzung 17—18.45 Uhr, Vorsitz: P. Masani

L. LEINDLER: On strong summability of Fourier series

I. SINGER: Some remarks and problems on bases in Banach spaces

Abendsitzung 19.45—20.45 Uhr, Vorsitz: P. Masani

T. J. RIVLIN: A duality theorem and upper bounds for approximation

Donnerstag, 25. Juli

1. Frühsitzung 9—11.30 Uhr, Vorsitz: J. L. B. Cooper
 - A. OSTROWSKI: Über das Restglied der Euler-MacLaurinschen Formel
 - T. POPOVICIU: Sur la conservation de l'allure de convexité des fonctions par des polynomes d'approximation
 2. Frühsitzung 11.30—13 Uhr, Vorsitz: K. Zeller
 - P. O. RUNCK: Bemerkungen zu den Approximationssätzen von Jackson und Jackson-Timan
 - M. v. GOLITSCHKEK: Jackson-Sätze für Polynome $\sum_{i=0}^s a_i x^{pi}$
- Nachmittagssitzung 17.30—18.30 Uhr, Vorsitz: I. Singer
- P. G. ROONEY: Generalized H_p spaces and Laplace transforms

Freitag, 26. Juli

1. Frühsitzung 9—11.15 Uhr, Vorsitz: P. C. Curtis
 - H. GÜNZLER: Abstract almost periodic differential equations
 - W. WALTER: Approximation für das Cauchy-Problem bei parabolischen Differentialgleichungen mit der Linienmethode
 2. Frühsitzung 11.30—12.30 Uhr, Vorsitz: J.-P. Kahane
 - J. LÖFSTRÖM: On the rate of convergence of difference schemes for parabolic initial-value problems and of singular integrals
 1. Nachmittagssitzung 17—17.45 Uhr, Vorsitz: J.-P. Kahane
 - K. ZELLER: Runge-Kutta-Approximationen
 2. Nachmittagssitzung 17.45—18.30 Uhr, Vorsitz: R. O'Neil
 - M. W. MÜLLER: Über die Approximation durch Gammaoperatoren
- Abendsitzung 19.45—21.15 Uhr, Vorsitz: P. G. Rooney
- R. A. HIRSCHFELD: Conjugacy of transformation groups
 - R. B. SCHNABL: Zum Saturationsproblem der verallgemeinerten Bernsteinoperatoren

ZUR TAGUNG

Vom 18. bis 27. Juli 1968 fand im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach eine Tagung über Abstrakte Räume und Approximation statt, an der 52 Mathematiker aus 13 Nationen teilnahmen. Dreizehn unter ihnen hatten schon an der Tagung über Approximationstheorie teilgenommen, die im August 1963 in Oberwolfach stattgefunden hatte; so konnte unter anderem das damals aufgestellte Arbeitsprogramm weitergeführt werden.

Für neunzehn der Teilnehmer war dies der erste Besuch des Oberwolfacher Instituts, unter ihnen befanden sich eine Reihe von Mathematikern, deren Arbeitsgebiete im Bereiche der Funktionalanalysis und Operator-Theorie liegen. So ergab sich ein sehr vielseitiges Programm, das sich von den abstrakten Räumen über die Approximationstheorie bis in die Anwendungen erstreckte. Wiederum bot sich für viele junge Mathematiker, insbesondere aus Aachen und Freiburg i. Br., die Gelegenheit, Spezialisten aus den verschiedenen Fachrichtungen kennenzulernen und sich mit deren Arbeitsmethoden vertraut zu machen.

Die Tagung stand im Zeichen der Erinnerung an Jean Favard, dessen Gedenken auch dieses Buch gewidmet ist. Die Teilnehmer der Tagung waren darin einig, daß es sehr nützlich und erwünscht wäre, wenn die in verschiedenen Zeitschriften erschienenen Abhandlungen Favards gesammelt herausgegeben würden.

Der aufrichtige Dank der Herausgeber gilt allen Teilnehmern, die uns durch ihre Beiträge und ihr Interesse die Tagung erfolgreich zu gestalten verhalfen, insbesondere denen, die aus Übersee kamen. Es war uns eine besondere Ehre, Frau Irmgard Süß, Gattin des verstorbenen Gründers des Instituts, unter uns zu haben, die — sei es in Englisch, Französisch oder Japanisch — half, die Atmosphäre heimisch zu gestalten. Danken möchten wir dem Institutsdirektor, Herrn Professor Dr. M. Barner, für seine wohlwollende Unterstützung und nicht zuletzt den Damen und Herren des Oberwolfacher Hauses für ihre Gastfreundlichkeit und Hilfsbereitschaft.

P. L. BUTZER B. SZ.-NAGY
Tagungsleiter