A. Speiser

Die Theorie der Gruppen vor endlicher Ordnung

Lehrbücher und Monographien aus dem Gebiete der exakten Wissenschaften
Mathematische Reihe Band 22

Die Theorie der Gruppen von endlicher Ordnung

mit Anwendungen
auf algebraische Zahlen und Gleichungen
sowie auf die Kristallographie

Andreas Speiser
vorm. Professor der Mathematik an der Universität Basel

Fünfte, unveränderte Auflage

1980
Springer Basel AG

CIP-Kurztitelaufnahme
der Deutschen Bibliothek

Speiser, Andreas:
Die Theorie der Gruppen von endlicher Ordnung: mit Anwendungen auf algebraische Zahlen u. Gleichungen sowie auf d. Kristallographie / Andreas Speiser. – 5., unveränd. Aufl. – Basel, Boston, Stuttgart: Birkhäuser, 1980. (Lehrbücher und Monographien aus dem Gebiete der exakten Wissenschaften: Math. Reihe: Bd. 22)
ISBN 978-3-0348-5387-3

Ursprünglich erschienen bei Birkhäuser Verlag Basel 1980
Softcover reprint of the hardcover 5th edition 1980

ISBN 978-3-0348-5387-3 ISBN 978-3-0348-5386-6 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-0348-5386-6

VORWORT ZUR ERSTEN AUFLAGE

In ihren elementaren Teilen besteht die Gruppentheorie aus einer Reihe vielleicht nicht immer völlig organisch zusammenhängender Methoden und Begriffe, und die Gliederung des Stoffes ist hier schon in hohem Maße festgelegt. Wem unsere Darstellung etwas knapp erscheint, den verweisen wir zur Ergänzung auf die ausgezeichneten und ausführlichen Darstellungen von *Weber* (Algebra, Bd. 2) und von *Netto* (Gruppen- und Substitutionstheorie, Leipzig 1908). Beim Studium dieser Anfangsteile braucht man sich keineswegs streng an die Reihenfolge der Paragraphen zu halten, sondern im allgemeinen werden die ersten Paragraphen der einzelnen Kapitel leicht verständlich sein, die späteren dagegen wesentlich schwerer.

Erst mit der Theorie der Substitutionsgruppen setzt eine weittragende und systematische Theorie ein, die, wie wir am Schluß zu zeigen versuchen, noch lange nicht ausgeschöpft ist. Sie kommt im Grunde auf eine zahlentheoretische Behandlungsweise heraus, deren Terminologie (Produkt, Multiplizieren usw.) ja bereits von Anfang an erscheint.

Entsprechend dem Plane dieser Sammlung von Einzeldarstellungen wurde den Anwendungen besondere Aufmerksamkeit gewidmet. Neben mannigfaltigen algebraischen und zahlentheoretischen Sätzen kommt hier in erster Linie die Krystallographie in Betracht. Diese besitzt ja gegenüber allen anderen Fällen des Gelingens mathematischer Naturbeschreibung den Vorzug größter begrifflicher Einfachheit und strengster arithmetischer Präzision.

Bei der Durchsicht der Korrekturen haben mich die Herren Prof. Dr. *R. Courant*, Prof. Dr. *R. Fueter* und Prof. Dr. *G. Pólya* unterstützt und auf manche Verbesserungen hingewiesen, wofür ihnen hier aufs beste gedankt sei.

Mein Dank gilt ferner meiner Frau, die mir bei der Herstellung des Manuskriptes geholfen hat.

Zürich, im Dezember 1922. *A. Speiser*

VORWORT ZUR ZWEITEN AUFLAGE

In dieser zweiten Auflage sind die Kapitel über *Abel*sche Gruppen und die einleitenden Abschnitte über die Substitutionsgruppen ausführlicher gestaltet worden. Bei der großen Bedeutung, welche die Gruppentheorie in der Krystallographie gewinnt, schien es mir erwünscht, auch das entsprechende Problem der Ebenensymmetrien darzustellen. Dabei gewahrte ich, dass diese Probleme schon von den Ägyptern in ihrer Ornamentik gelöst worden sind. Die Folgerungen für die Geschichte der Mathematik habe ich in einem einleitenden Abschnitt angedeutet. Ein weiterer einleitender Aufsatz behandelt die Ableitung der Gruppen aus Gruppoiden, ein Problem, das wahrscheinlich an einzelnen Fällen auch schon im Altertum, mit der dialektischen Methode, behandelt worden ist.

Die Lektüre dieses Buches kann ebensogut mit dem 6. oder 8. Kapitel als mit dem ersten begonnen werden. Die Aufsuchung sämtlicher Symmetrien eines Ornamentes kann als beste Einführung in den Gruppenbegriff empfohlen werden, sie wird als methodisches Hilfsmittel auch von den Krystallographen angewandt.

Auch sonst hat der Text im einzelnen manche Änderungen erfahren, besonders durch die wertvolle Hilfe, welche mir von verschiedenen Kollegen zuteil geworden ist. Den ersten Teil, bis zu den Substitutionsgruppen, hat Herr Privatdozent Dr. *Bessel-Hagen* einer eingehenden Revision unterzogen, von deren Resultaten ich ausgiebig Gebrauch gemacht habe. Für die Substitutionsgruppen verdanke ich vor allem Herrn Prof. Dr. *Fueter* wichtige Hinweise. Beide Herren sowie Herr *J. J. Burckhardt* haben mich bei der Durchsicht der Korrekturen unterstützt, manche weitere Fachgenossen haben mir ihre Bemerkungen mitgeteilt. Ihnen allen spreche ich auch an dieser Stelle meinen Dank aus, ebenso der Verlagsbuchhandlung *Julius Springer* für ihr großes Entgegenkommen bei der Drucklegung.

Zürich, im August 1927. *A. Speiser*

VORWORT ZUR DRITTEN AUFLAGE

Auch für diese dritte Auflage ist mir von verschiedenen Kollegen wertvolle Hilfe zuteil geworden. Ich möchte vor allem Herrn *K. Witt* nennen, der mich in Zürich besuchte und mir vieles mitgeteilt hat, das ich verwerten konnte; außer dem im Text Erwähnten nenne ich noch besonders die schönen Untersuchungen von *Hall*. Die neuere Entwicklung der Physik legte es nahe, die Lehre von den symmetrischen Gruppen ausführlicher darzustellen, ferner fügte ich, ebenfalls von dieser Seite angeregt, einen Abschnitt über die algebraischen In- und Kovarianten hinzu, hoffend, daß auf diesem Wege diese etwas in den Hintergrund getretene Theorie wieder zu Ehren kommt.

Für die Korrektur wurde ich von Herrn Dr. *E. Trost* wesentlich unterstützt. Den beiden genannten Herren sowie der Verlagsbuchhandlung *Julius Springer* spreche ich meinen besten Dank aus.

Zürich, im September 1937. *A. Speiser*

VORWORT ZUR VIERTEN AUFLAGE

Von der dritten Auflage wurde durch der Dover Verlag in New York ein unveränderter Abdruck hergestellt. Die vorliegende vierte Auflage wurde an einigen Stellen korrigiert, ferner wurde in einem Anhang die Herstellung von Gruppenbildern erörtert und der Unterschied zwischen der funktionentheoretischen Auffassung und der Substitution erörtert. Dem Birkhäuser Verlag danke ich für die Herstellung der neuen Auflage und namentlich für die Hinzufügung des farbigen Titelbildes, das dieser Neuauflage zu besonderer Zierde gereicht.*

Basel, im Juni 1955 *A. Speiser*

* Diese Farbtafel wurde in der 5. Auflage weggelassen.

INHALTSVERZEICHNIS

Einleitung.

1. Kapitel.

Die Grundlagen.

2. Kapitel.

Normalteiler und Faktorgruppen.

3. Kapitel.

Abelsche Gruppen.

4. Kapitel.

Konjugierte Untergruppen.

5. Kapitel.

Sylowgruppen und p-Gruppen.

12. Kapitel.

Gruppencharaktere.

13. Kapitel.

Anwendungen der Theorie der Gruppencharaktere.

14. Kapitel.

Arithmetische Untersuchungen über Substitutionsgruppen.

15. Kapitel.

Gruppen von gegebenem Grade.

16. Kapitel.

Die allgemeinen linearen homogenen Substitutionen und ihre Invarianten und Kovarianten.

17. Kapitel.

Gleichungstheorie.