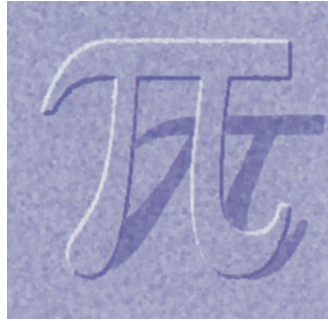




Jean-Paul Delahaye



– Die Story

Aus dem Französischen
von Manfred Stern

Springer Basel AG

Die französische Originalausgabe erschien 1997 unter dem Titel «Le fascinant nombre π », bei Pour La Science, Diffusion Belin, Paris, Frankreich.

Copyright © Pour la Science 1997

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Delahaye, Jean-Paul:

Pi - die Story / Jean-Paul Delahaye. Aus dem Franz. von Manfred Stern.

Einheitssacht.: Le fascinant nombre π [Pi] <dt.>

ISBN 978-3-7643-6056-6

ISBN 978-3-0348-5085-8 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-0348-5085-8

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechts.

© 1999 Springer Basel AG

Ursprünglich erschienen bei Birkhäuser Verlag Basel 1999

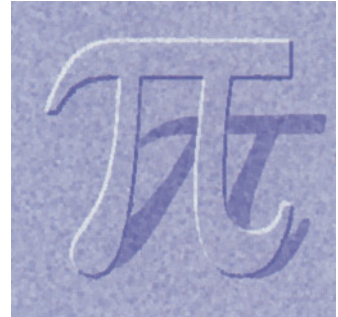
Umschlaggestaltung: WSP Design, Heidelberg, Deutschland

Gedruckt auf säurefreiem Papier, hergestellt aus chlorfrei gebleichtem Zellstoff. ∞

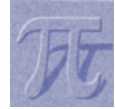
ISBN 978-3-7643-6056-6

9 8 7 6 5 4 3 2 1

Inhaltsverzeichnis



Danksagungen	7
Vorwort	9
1. Erste Begegnungen <i>π wird definiert und berechnet</i>	13
2. Merkwürdigkeiten und Kuriositäten <i>Verwickeltes und Unterhaltsames rund um π</i>	33
3. Die Geschichte der Zahl π zur Zeit der Geometrie <i>Quadraturen und Vielecke</i>	63
4. Die Geschichte von π zur Zeit der Analysis <i>Unendliche Formeln</i>	83
5. Von handschriftlichen Rechnungen bis zum Zeitalter der Computer <i>Die Herrschaft des Arcus tangens</i>	99
6. Die praktische Berechnung von π <i>Beispiele für Tröpfel-Algorithmen</i>	117
7. Lebendige Mathematik <i>Wie man eine Milliarde Dezimalen erreicht</i>	133
8. Die Berechnung individueller Ziffern von π <i>Eine Entdeckung der experimentellen Mathematik</i>	159
9. Ist π transzendent? <i>Irrationale Zahlen, Wurzelausdrücke und algebraische Gleichungen</i>	177
10. Ist π eine zufällige Zahl? <i>Ungeordnetheit und Komplexität</i>	205
Tabellen, Formeln und zusätzliche Angaben	233
Literaturverzeichnis	257
Stichwortverzeichnis	265
Bildnachweis	271

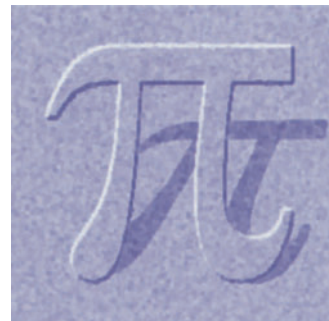


Danksagungen

Ich bedanke mich bei Françoise Adamy, Fabrice Bellard, Jonathan und Peter Borwein, Philippe Boulanger, François Boulier, Claude Brezinsky, Elias Bröms, Claire Delahaye, Martine Delahaye, Jean-Philippe Fontanille, Bénédicte Fiévet, Bernard Germain-Bonne, Jean Guilloud, Myriam Hecquet, Erik Kern, Philippe Mathieu, Bruno Marchal, Étienne Parisot, Simon Plouffe, Yves Roussel, Daniel Saada, Hervé This, Éric Wegrzynowski und Hervé Zwirn. Die genannten Damen und Herren halfen mir mit ihren Bemerkungen oder stellten mir wertvolles Quellenmaterial und Informationen zur Verfügung.

Besonderen Dank schulde ich Yann Esnault vom Verlag *Pour la Science* für die Überarbeitung und die schöne Ausgestaltung des Originalmanuskriptes.

Vorwort



«Die Zahl π zu erforschen bedeutet, das Universum zu erforschen ...»

David Chudnovsky

«... oder eher die Tiefen des Meeres auszuloten, denn wir befinden uns unter Wasser, und alles scheint ohne Form zu sein. Wir brauchen eine Lampe, und unser Computer ist diese Lampe.»

Gregory Chudnovsky

$\pi = 3,14159\ 26535\ 89793\ 23846\ 26433\ 83279\ \dots$

Die Zahl π steht im Mittelpunkt eines außergewöhnlich großen Bereiches der Mathematik. Dieser Bereich ist so groß, daß niemand ihn jemals vollständig erforschen wird. Dieses Buch streift im Zeitraffer durch die Geschichte der Zahl π und zeigt Ihnen auf unterhaltsame Weise, daß die Mathematiker – nach 4000 Jahren Arbeit und vielen wunderbaren Entdeckungen – immer noch neue Eigenschaften von π finden. Ungeachtet des bisher angehäuften Wissens bleibt diese funken-sprühende Zahl geheimnisvoll, und manche der elementaren Fragen über π scheinen sogar jenseits der Reichweite der heutigen Mathematik zu sein.

Um die Zahl π gruppieren sich viele Teilgebiete der Mathematik, denen Sie hier begegnen. Hierzu gehören:

– die Geometrie, denn wir dürfen niemals vergessen, daß π seinen Ursprung in den Überlegungen der antiken Geometer hatte. Auch heute noch haben wir unsere Freude an den scharfsinnigen Konstruktionen mit Zirkel und Lineal, die Generationen von Mathematikern mit Besessenheit erfüllt haben.

– die Analysis mit ihren magischen Formeln im Gefolge: unendliche Summen, unendliche Produkte, Kettenbrüche, ineinander verschachtelte Wurzeln. Manche dieser Formeln erleichtern das Rechnen, andere hingegen nicht, und es stellt sich die Frage, wie man diese Formeln voneinander unterscheiden kann. Sie alle sind Perlen, die dem grenzenlosen Ozean der Mathematik entrissen worden sind.

– die wunderbare Theorie der irrationalen und der transzendenten Zahlen, die nach 2000jähriger vergeblicher und mitunter vom Gegenstand abschweifender Forschungsarbeit die Erkenntnis brachte, daß die Quadratur des Kreises unlösbar ist.

– die erst in jüngster Vergangenheit geschaffene Komplexitätstheorie und die Theorie der Zufallsfolgen. Sie erfahren, daß der Zufall, den man in den Dezimalen der Konstante des Archimedes festzustellen meinte, keinesfalls leicht zu erfassen ist.

– Rechenmaschinen und später Computer, ohne die die gegenwärtigen Untersuchungen über π , einschließlich der abstraktesten Forschungsarbeiten, nicht einen Schritt vorankämen.

Sie erfahren, daß sich die scheinbar absurde Besessenheit, möglichst viele π -Dezimalen auszurechnen, für den allgemeinen Fortschritt der Mathematik als nützlich erweist und wichtige praktische Auswirkungen hat.

Sie werden auch einigen Verrückten begegnen – etwa denjenigen, die Tausende Dezimalen von π auswendig lernen – und einige Genies kennenlernen; mitunter handelt es sich dabei um ein und dieselben Personen. Und Sie werden den Reiz der philosophischen Fragen nachempfinden, die zur Geburt der Mathematik geführt haben und die sich hartnäckig in der Zahl π konzentrieren.

Um π gruppieren sich noch viele andere Dinge, die ich hier nicht aufzählen möchte. Um diese Dinge zu entdecken, müssen Sie sich π gründlich ansehen!

π für alle

Die Zahl π ist unendlich vielfältig, und deswegen wendet sich dieses Buch sozusagen an alle Leser. Gewisse Teile richten sich an Nichtmathematiker, andere hingegen erfordern etwas Mühe oder eine gewisse Vertrautheit mit Mathematik. Wir haben vor allem an drei Gruppen von Lesern gedacht:

- Die neugierigen Leser, die den gesamten Schulstoff in Mathematik vergessen haben, finden zu Beginn eines jeden Kapitels eine Zusammenfassung, die einen Teil ihrer Fragen beantwortet.
- Die wißbegierigen Leser, die sich noch irgendwie an den Stoff der letzten Schulklasse erinnern und ihre Kenntnisse über π vertiefen möchten, werden auf die Hauptteile der Kapitel verwiesen, in denen sie bis an die Entdeckungen der 90er Jahre herangeführt werden.
- Die wissensdurstigen Leser, die keine großen Schwierigkeiten mit der im Anschluß an das Gymnasium gelehrt Mathematik haben, werden auf die Anhänge zu den einzelnen Kapiteln verwiesen. Dort erfahren sie, wie die Transzendenz von π bewiesen wurde und warum die Wahrscheinlichkeit dafür, daß zwei Zahlen teilerfremd sind, mit π zu tun hat. Keiner dieser Beweise ist schwierig, aber die Zahl π wird deswegen keinesfalls gefügig, und ihr Geheimnis veranlaßt uns, ohne Umschweife in das mathematische Universum einzudringen.

π ist in fast allen Teilgebieten der Mathematik präsent, und deswegen war es unmöglich, unser Thema erschöpfend zu behandeln. Viel-



mehr haben wir eine Auswahl getroffen: Die Entdeckungen oder Beobachtungen der letzten 20 Jahre werden bevorzugt behandelt, während die Geschichte der Zahl π weniger Raum einnimmt (dennoch zieht sie sich über mehrere Kapitel hin). Insbesondere haben wir uns auf Fragen der Komplexität konzentriert: Rechenkomplexität (schnelle Multiplikationsalgorithmen, quadratische, quartische und andere Konvergenzverfahren), statistische Komplexität (Normalität von π zu den Basen 2, 10 oder zu anderen Basen) und die Stellung von π bei der Einteilung der Zahlen auf der Grundlage der «Schwierigkeiten», die diese Zahlen bereiten (rationale Zahlen, algebraische Zahlen, transzendente Zahlen, berechenbare Zahlen, zufällige Zahlen usw.). Wir hoffen, den Leser davon zu überzeugen, daß die Mathematik als lebendige Wissenschaft von einer nie zuvor gekannten Forschungsintensität durchdrungen ist. Ebenso wird der Leser erkennen, daß der Beitrag des 20. Jahrhunderts zum Verständnis der rätselhaften und unerschöpflichen Zahl π den Erkenntnissen der vorangehenden Jahrhunderte in nichts nachsteht.

Vorwort des Übersetzers

Bei der Übersetzung dieses Buches traten in Kapitel 2 Probleme auf, die sich vielleicht am besten mit dem Begriff «Quadratur von Versen» umschreiben lassen. In diesem Kapitel findet man zahlreiche und teilweise unübersetzbare französische Wortschöpfungen oder Wortspiele, die ihren Ursprung in den Spezialgebieten der π -Philologie, der π -osophie und der π -ologie haben. Obwohl angenommen werden darf, daß viele dieser Dinge schon dem π -thekanthropus geläufig waren, möchte ich die Schwierigkeiten anhand einiger Beispiele erläutern.

Weithin bekannt ist der mit «Wie? O! Dies π ...» beginnende deutsche Merkvers, der das Einprägen der ersten Stellen von $\pi = 3,14159...$ erleichtern soll. Es dürfte kaum möglich sein, diesen Vers so ins Französische oder in irgendeine andere Fremdsprache zu übertragen, daß der Inhalt, die Reime und die ursprüngliche mnemotechnische Absicht erhalten bleiben. Entsprechendes gilt natürlich auch für die Übertragung fremdsprachiger Merkverse ins Deutsche. In vielen anderen Sprachen gibt es derartige Merkverse für π , von denen man in Kapitel 2 (Seite 34–37) eine kleine Auswahl findet. Bei der Übertragung der fremdsprachigen Merkverse war ich bestrebt, den mehr oder weniger sinnigen Inhalt im großen und ganzen wiederzugeben. In Abstimmung mit dem Autor wurden einige der ursprünglich angegebenen Merkverse weggelassen oder durch andere Verse ersetzt.

Eine mnemotechnische Gedichtform anderer Art ist das von Jacques Bens stammende *Irrationale Sonett* (Seite 39). Eine Nachdichtung wäre vielleicht möglich gewesen, aber ich mußte bald einsehen, daß dies meinen Zeitrahmen gesprengt hätte. Ich habe deswegen das Original durch

ein Gedicht ersetzt, das wenigstens das Reimschema und die mnemotechnische Absicht wiedergibt; dies ging natürlich auf Kosten des Inhalts, der allerdings auch in der Originalfassung «irrational» ist.

Eine weitere Hürde waren die französischen Merkverse für den Kreisumfang und die Kreisfläche, die auf der phonetischen Gleichsetzung «Pierre = Pi-er = πr » beruhen (Seite 40).

Um die Absicht des Originals wenigstens einigermaßen wiederzugeben, habe ich den sächsischen Dialekt bemüht, in dem die weiche Aussprache des «p» die phonetische Gleichsetzung «Bier = Bi-er = πr » ermöglicht. Darüber hinaus habe ich in der deutschen Fassung auch Mißbrauch mit der korrekten Aussprache der Namen «Bézier» und «Fermat» getrieben.

Am Beispiel des Aprilscherzes auf Seite 51 und 53 erkennt man, daß die π -ologie π -osophisch gesehen tatsächlich ein Teilgebiet der Bi-ologie ist. Bei der Übertragung dieses Aprilscherzes kam es nämlich darauf an, französische Tier- und Pflanzennamen, die mit « π » beginnen, durch deutsche Tier- und Pflanzennamen zu ersetzen, die ebenfalls mit « π » beginnen. In diesem Sinne habe ich etwa «piaf» (Spatz), also « π -af», gegen «Piepmatz» ausgetauscht. In ähnlicher Weise habe ich pieuvre (Krake), pigeon (Taube) und pivert (Grünspecht) zu Pinscher, Pinguin bzw. Pirol verändert. Mitunter mußten jedoch Tiernamen durch geeignete Pflanzennamen und umgekehrt ersetzt werden. Beispielsweise steht im Französischen an einer Stelle pies = π -s, der Plural von π , also das französische Wort für «Elstern». Um diese Verstärkung wiederzugeben, habe ich als «Übersetzung» mit der Melonenart «Pimpinelle» ein Wort gewählt, in dem « π » zweimal vorkommt. Auf Seite 58 habe ich anstelle der nicht übersetzbaren Passage «Humour avec π » den nicht sehr tief sinnigen Beitrag über «Die Gefahren der π -ologie» gesetzt.

Zusätzlich aufgenommen wurden auf Seite 47 ein englisches Gedicht und dessen Übertragung. Dieses Gedicht verleiht dem Wunsch Ausdruck, für π einen einfachen, leicht zu merkenden Wert festzulegen.

Weitere Anmerkungen zur Übersetzung befinden sich an den entsprechenden Stellen im Text.

Besonderen Dank schulde ich Karin Richter (Halle) für die Durchsicht der gesamten Übersetzung und Gerhard Betsch (Weil im Schönbuch) für viele wertvolle Hinweise. Für Antworten auf spezielle Fragen danke ich Corrado dal Corno (Concorezzo), Kornelia Mitzkus (Halle), Gerd Richter (Halle), Mikko Saarimäki (Jyväskylä), Anna-Liisa Scharf (Boston und Marseille) und Rüdiger Thiele (Leipzig). Beim Autor Jean-Paul Delahaye bedanke ich mich für zahlreiche Bemerkungen und Erläuterungen.

Halle an der Saale, April 1999

Manfred Stern