

# Anhang A

## Die Landauschen Symbole

Die Landauschen Symbole, die auch die  $O$ -Notation genannt werden, beschreiben das Wachstumsverhalten von Funktionen. Bei ihnen handelt es sich um Mengen von Funktionen.

$$\begin{aligned}O(f(n)) &= \{g(n) \mid \exists c \in \mathbb{R}^+ \exists n_0 \in \mathbb{N} \forall n, n \geq n_0 : |g(n)| \leq c \cdot |f(n)|\} \\ \Omega(f(n)) &= \{g(n) \mid \exists c \in \mathbb{R}^+ \exists n_0 \in \mathbb{N} \forall n, n \geq n_0 : |g(n)| \geq c \cdot |f(n)|\} \\ \Theta(f(n)) &= O(f(n)) \cap \Omega(f(n)) \\ o(f(n)) &= \{g(n) \mid \forall c \in \mathbb{R}^+ \exists n_0 \in \mathbb{N} \forall n, n \geq n_0 : |g(n)| < c \cdot |f(n)|\} \\ \omega(f(n)) &= \{g(n) \mid \forall c \in \mathbb{R}^+ \exists n_0 \in \mathbb{N} \forall n, n \geq n_0 : |g(n)| > c \cdot |f(n)|\}\end{aligned}$$

Es hat sich eingebürgert,  $g(n) = O(f(n))$  zu schreiben anstelle von  $g(n) \in O(f(n))$ . Beachte, daß das „ $=$ “-Zeichen keine Gleichheit bezeichnet und damit nicht symmetrisch ist! Es darf nur von links nach rechts gelesen werden. D. h.  $3n^2 = O(n^3)$  darf man schreiben, aber  $O(n^3) = 3n^2$  darf man *nicht* schreiben.

Gleichzeitig sind auch Schreibweisen wie  $4n^2 + O(n \log n)$  gebräuchlich, um den konstanten Faktor an dem Term zu zeigen, der am stärksten wächst, und um zu zeigen, daß der Rest der Funktion, der sog. *low order term*, nur noch „unwesentlich“ ist. Ebenso ist dann weiter  $4n^2 + O(n \log n) = \Theta(n^2)$  in Gebrauch.  $4n^2 + o(n^2)$  wird gerne geschrieben, wenn der *low order term* schwächer als  $n^2$  wächst, aber vielleicht kompliziert hinzuschreiben wäre oder unbekannt ist.

Die Schreibweise  $2^{O(f(n))}$  wird ebenfalls benutzt. Sie bezeichnet eine andere Funktionenmenge als  $O(2^{f(n)})$ , was man sich an  $2^{O(\log n)}$  und  $O(2^{\log n})$  klarmachen sollte.

# Anhang B

## Werkzeuge aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung

### B.1 Satz: (Markov-Ungleichung)

Sei  $X$  eine nichtnegative Zufallsvariable. Dann gilt für alle  $t > 0$ :  $\Pr[X \geq t] \leq E[X]/t$ .

Mit  $t = c \cdot E[X]$  für  $c \geq 1$  ergibt sich  $\Pr[X \geq c \cdot E[X]] \leq 1/c$ .

#### Beweis:

Sei  $t > 0$  gegeben und definiere

$$\tau(x) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x/t \geq 1 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Es ist  $\tau(x) \leq x/t$  für alle  $x \geq t$  und  $E[\tau(X)] = \Pr[\tau(X) = 1] = \Pr[X/t \geq 1] = \Pr[X \geq t]$ . Damit gilt:

$$\Pr[X \geq t] = E[\tau(X)] \leq E[X/t] = E[X]/t ,$$

womit der Satz bewiesen ist. □

### B.2 Definition:

Sei  $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  eine Zufallsvariable. Die *Varianz* von  $X$  ist

$$\text{Var}[X] = E[(X - E[X])^2] = E[X^2] - E[X]^2 .$$

Die *Standardabweichung* ist  $\sigma[X] = \sqrt{\text{Var}[X]}$ .

### B.3 Satz: (Rechenregeln für die Varianz)

Seien  $X$  und  $Y$  unabhängige Zufallsvariablen und  $c$  eine beliebige Konstante.

(a)  $\text{Var}[X + Y] = \text{Var}[X] + \text{Var}[Y]$ .

(b)  $\text{Var}[c \cdot X] = c^2 \cdot \text{Var}[X]$ .

(c) Ist  $X$  eine 0-1-Zufallsvariable, so gilt  $\text{Var}[X] = E[X] \cdot (1 - E[X])$ .

(d) Seien  $X_1, \dots, X_n$  unabhängige Zufallsvariablen, und sei  $Z = \prod_{i=1}^n X_i$ . Dann ist

$$\frac{\text{Var}[Z]}{E[Z]^2} = -1 + \prod_{i=1}^n \left(1 + \frac{\text{Var}[X_i]}{E[X_i]^2}\right)$$

Der nachfolgende Satz zeigt, wie man mit Hilfe der Varianz ausrechnen kann, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, bei einem Zufallsexperiment „weit“ vom Erwartungswert entfernt zu sein.

#### B.4 Satz: (Tschebyscheffsche Ungleichung)

Sei  $X$  eine Zufallsvariable. Für jedes  $\varepsilon > 0$  gilt

$$\Pr[|X - E[X]| \geq \varepsilon] \leq \frac{\text{Var}[X]}{\varepsilon^2}.$$

#### Beweis:

$$\begin{aligned} \text{Var}[X] &= \sum_{\omega \in \Omega} (X(\omega) - E[X])^2 \cdot \Pr[\omega] \geq \sum_{\substack{\omega \in \Omega \\ (X(\omega) - E[X])^2 \geq \varepsilon^2}} (X(\omega) - E[X])^2 \cdot \Pr[\omega] \\ &\geq \sum_{\substack{\omega \in \Omega \\ |X(\omega) - E[X]| \geq \varepsilon}} \varepsilon^2 \cdot \Pr[\omega] = \varepsilon^2 \cdot \Pr[|X - E[X]| \geq \varepsilon] \end{aligned}$$

□

#### B.5 Korollar:

(a) Für  $k > 0$  gilt:  $\Pr[|X - E[X]| \geq k \cdot \sigma[X]] \leq \frac{1}{k^2}$

(b) Für  $\varepsilon' > 0$  gilt:  $\Pr[|X - E[X]| \geq \varepsilon' \cdot E[X]] \leq \frac{1}{\varepsilon'^2} \cdot \frac{\text{Var}[X]}{E[X]^2}$

#### Beweis:

(a) erhält man durch Einsetzen von  $\varepsilon = k \cdot \sigma[X]$ , (b) durch Einsetzen von  $\varepsilon = \varepsilon' \cdot E[X]$ . □

Aus der Tschebyscheffschen Ungleichung folgt also  $\Pr[|X - E[X]| < 2\sigma] \geq \frac{3}{4}$ . D. h. mit ca. 75%iger Sicherheit liegen Zufallsexperimente höchstens um  $\pm 2\sigma$  um den Erwartungswert herum.

Die im nächsten Satz erwähnten Chernoff-Schranken führen häufig zu stärkeren Abschätzungen als die Tschebyscheffsche Ungleichung. Eine Sammlung nützlicher Varianten dieser Formel ist der Aufsatz von Hagerup/Rüb [HR90].

### B.6 Satz: (Chernoff-Schranken)

Seien  $X_1, \dots, X_n$  unabhängige 0-1-Zufallsvariablen (Poisson-Experimente). Dann gilt für  $X = \sum_{i=1}^n X_i$  und  $E[X] = \sum_{i=1}^n \Pr[X_i = 1]$  und jedes  $\varepsilon$ ,  $0 < \varepsilon \leq 1$ :

$$(a) \Pr[X < (1 - \varepsilon) \cdot E[X]] < e^{-E[X]\varepsilon^2/2}$$

$$(b) \Pr[X > (1 + \varepsilon) \cdot E[X]] < e^{-E[X]\varepsilon^2/4}$$

(c) (a) und (b) kombiniert ergeben:

$$\begin{aligned} \Pr[|X - E[X]| \leq \varepsilon \cdot E[X]] &= \Pr[(1 - \varepsilon) \cdot E[X] \leq X \leq (1 + \varepsilon) \cdot E[X]] \\ &= 1 - \Pr[X < (1 - \varepsilon) \cdot E[X] \text{ oder } X > (1 + \varepsilon) \cdot E[X]] \\ &\geq 1 - 2e^{-E[X]\varepsilon^2/4} \end{aligned}$$

### Beweis:

Wir beweisen lediglich (a); (b) kann analog bewiesen werden.

Für jedes  $t > 0$  gilt:

$$\Pr[X < (1 - \varepsilon) \cdot E[X]] = \Pr[-X > -(1 - \varepsilon) \cdot E[X]] = \Pr[e^{-tX} > e^{-t(1-\varepsilon)E[X]}]$$

Mit der Markov-Ungleichung (Satz B.1) und der Unabhängigkeit der  $X_i$  ergibt sich

$$\begin{aligned} \Pr[e^{-tX} > e^{-t(1-\varepsilon)E[X]}] &\leq \frac{E[e^{-tX}]}{e^{-t(1-\varepsilon)E[X]}} \\ &= e^{t(1-\varepsilon)E[X]} \cdot E\left[\prod_{i=1}^n e^{-tX_i}\right] = e^{t(1-\varepsilon)E[X]} \cdot \prod_{i=1}^n E[e^{-tX_i}] \\ &= e^{t(1-\varepsilon)E[X]} \cdot \prod_{i=1}^n \left(\Pr[X_i = 1]e^{-t} + (1 - \Pr[X_i = 1])\right) \\ &= e^{t(1-\varepsilon)E[X]} \cdot \prod_{i=1}^n \left(1 + \Pr[X_i = 1](e^{-t} - 1)\right) \end{aligned}$$

Nun wählen wir  $t = -\ln(1 - \varepsilon)$  und benutzen, daß  $1 - x < e^{-x}$  („gewöhnliche“ Reihenentwicklung für  $e^x$ ) ist, so daß wir bekommen:

$$\begin{aligned} \Pr[X < (1 - \varepsilon) \cdot E[X]] &\leq (1 - \varepsilon)^{-(1 - \varepsilon)E[X]} \cdot \prod_{i=1}^n (1 - \varepsilon \Pr[X_i = 1]) \\ &< (1 - \varepsilon)^{-(1 - \varepsilon)E[X]} \cdot \prod_{i=1}^n e^{-\varepsilon \Pr[X_i = 1]} \\ &= (1 - \varepsilon)^{-(1 - \varepsilon)E[X]} \cdot e^{\sum_{i=1}^n -\varepsilon \Pr[X_i = 1]} = ((1 - \varepsilon)^{-(1 - \varepsilon)} \cdot e^{-\varepsilon})^{E[X]} \end{aligned}$$

Schließlich benutzen wir, daß  $(1 - \varepsilon)^{-(1 - \varepsilon)} < e^{\varepsilon - \varepsilon^2/2}$  für  $0 < \varepsilon \leq 1$  ist (Anfang der McLaurin-Reihe für  $\ln(1 - \varepsilon) = -(\varepsilon + \frac{1}{2}\varepsilon^2 + \dots)$ ), und erhalten damit direkt die Aussage (a).  $\square$

# Literaturverzeichnis

- [ACG<sup>+</sup>99] G. Ausiello, P. Crescenzi, G. Gambosi, V. Kann, A. Marchetti-Spaccamela, and M. Protasi. *Complexity and Approximation – Combinatorial Optimization Problems and Their Approximability Properties*. Springer, Berlin, 1999.
- [AL96] S. Arora and C. Lund. Hardness of approximations. In D. S. Hochbaum, editor, *Approximation Algorithms for NP-Hard Problems*, pages 399–446. PWS, 1996.
- [ALM<sup>+</sup>98] S. Arora, C. Lund, R. Motwani, M. Sudan, and M. Szegedy. Proof verification and the hardness of approximation problems. *Journal of the ACM*, 45:501–555, 1998.
- [Aro98] S. Arora. Polynomial time approximation schemes for Euclidean traveling salesman and other geometric problems. *Journal of the ACM*, 45:753–782, 1998.
- [AS92] N. Alon and J. H. Spencer. *The Probabilistic Method*. Wiley, 1992.
- [AW02] T. Asano and D. P. Williamson. Improved approximation algorithms for MAX-SAT. *Journal of Algorithms*, 42:173–202, 2002.
- [Aza94] Y. Azar. Lower bounds for insertion methods for TSP. *Combinatorics, Probability and Computing*, 3:285–292, 1994.
- [Bol98] B. Bollobás. *Modern Graph Theory*. Springer, New York, 1998.
- [Bub00] R. H. Bubley. *Randomized Algorithms: Approximation, Generation and Counting*. Springer Verlag, 2000.
- [CFZ99] J. Chen, D. K. Friesen, and H. Zheng. Tight bound on Johnson’s algorithm for maximum satisfiability. *Journal of Computer and System Sciences*, 58:622–640, 1999.
- [Chr76] N. Christofides. Worst-case analysis of a new heuristic for the travelling salesman problem. Technical Report 388, Graduate School of Industrial Administration, Carnegie-Mellon University, Pittsburgh, 1976.

- [CLR90] T. H. Cormen, C. E. Leiserson, and R. L. Rivest. *Introduction to Algorithms*. MIT Press, Cambridge, 1990.
- [CN78] G. Cornuejols and G. L. Nemhauser. Tight bounds for Christofides' traveling salesman heuristic. *Mathematical Programming*, 14:116–121, 1978.
- [Coo71] S. Cook. The complexity of theorem proving procedures. In *Proc. 3rd ACM Symposium on Theory of Computing (STOC)*, pages 151–158, 1971.
- [DFJ98] M. Dyer, A. Frieze, and M. Jerrum. Approximately counting Hamilton paths and cycles in dense graphs. *SIAM Journal on Computing*, 27:1262–1272, 1998.
- [DFJ99] M. Dyer, A. Frieze, and M. Jerrum. On counting independent sets in sparse graphs. In *Proc. 40th IEEE Symposium on Foundations of Computer Science (FOCS)*, pages 210–217, 1999.
- [DG98] M. Dyer and C. Greenhill. A more rapidly mixing Markov chain for graph colorings. *Random Structures & Algorithms*, 13:285–317, 1998.
- [DSST97] J. Díaz, M. J. Serna, P. Spirakis, and J. Torán. *Paradigms for fast parallel approximability*. Cambridge University Press, 1997.
- [Dye03] M. Dyer. Approximate counting by dynamic programming. In *Proceedings of the 35th ACM Symposium on Theory of Computing (STOC)*, pages 693–699, 2003.
- [Fei99] U. Feige. Randomized rounding for semidefinite programs – Variations on the MAX CUT example. In *Proc. Int. Workshops on Approximation Algorithms for Combinatorial Optimization Problems and on Randomization and Computation (RANDOM-APPROX)*, pages 189–196, 1999.
- [Fe170] W. Feller. *An Introduction to Probability Theory and Applications*. Wiley, New York, 1970.
- [FNW79] M. L. Fisher, G. L. Nemhauser, and L. A. Wolsey. An analysis of approximations for finding a maximum weight hamiltonian circuit. *Operations Research*, 27:799–809, 1979.
- [FS02] U. Feige and G. Schechtman. On the optimality of the random hyperplane rounding technique for MAX CUT. *Random Structures & Algorithms*, 20:403–440, 2002.
- [FV07] A. Frieze and E. Vigoda. A survey on the use of Markov chains to randomly sample colorings. In G. Grimmett and C. McDiarmid, editors, *Combinatorics*,

- Complexity and Chance – Festschrift for Dominic Welsh*. Oxford University Press, 2007.
- [GJ79] M. R. Garey and D. S. Johnson. *Computers and Intractability – A Guide to the Theory of NP-Completeness*. Freeman, New York, 1979.
- [GKP95] R. L. Graham, D. E. Knuth, and O. Patashnik. *Concrete Mathematics*. Addison-Wesley, Reading, MA, 2nd edition, 1995.
- [GP99] M. Grötschel and M. Padberg. Die optimierte Odyssee. *Spektrum der Wissenschaft*, pages 76–85, April-Heft 1999.
- [GV96] G. H. Golub and C. F. Van Loan. *Matrix Computations*. The Johns Hopkins University Press, 3rd edition, 1996.
- [GW94] M. X. Goemans and D. P. Williamson. New  $\frac{3}{4}$ -approximation algorithms for MAX SAT. *SIAM Journal on Discrete Mathematics*, 7:656–666, 1994.
- [GW95] M. X. Goemans and D. P. Williamson. Improved approximation algorithms for maximum cut and satisfiability problems using semidefinite programming. *Journal of the ACM*, 42:1115–1145, 1995.
- [GW96] M. X. Goemans and D. P. Williamson. The primal-dual method for approximation algorithms and its application to network design methods. In D. S. Hochbaum, editor, *Approximation Algorithms for NP-Hard Problems*, pages 144–191. PWS, 1996.
- [Had75] F. Hadlock. Finding a maximum cut of a planar graph in polynomial time. *SIAM Journal on Computing*, 4:221–225, 1975.
- [Hal93] M. M. Halldórsson. A still better performance guarantee for approximate graph coloring. *Information Processing Letters*, 45:19–23, 1993.
- [Hal98] M. M. Halldórsson. Approximations of independent sets in graphs. In *Proc. Int. Workshop on Approximation Algorithms for Combinatorial Optimization (APPROX)*, pages 1–13, 1998.
- [HF04] D. Harel and Y. Feldman. *Algorithmics – The Spirit of Computing*. Pearson, 3rd edition, 2004.
- [HL72] O. J. Heilmann and E. H. Lieb. Theory of monomer-dimer systems. *Communications in Mathematical Physics*, 25:190–232, 1972.



- [Hoc96a] D. Hochbaum. Approximating covering and packing problems: set cover, vertex cover, independent set, and related problems. In D. S. Hochbaum, editor, *Approximation Algorithms for NP-Hard Problems*, pages 94–143. PWS, 1996.
- [Hoc96b] D. S. Hochbaum, editor. *Approximation Algorithms for NP-Hard Problems*. PWS, Boston, 1996.
- [Hol81] I. Holyer. The NP-completeness of edge-coloring. *SIAM Journal on Computing*, 10:718–720, 1981.
- [HR90] T. Hagerup and C. Rüb. A guided tour of Chernoff bounds. *Information Processing Letters*, 33:305–308, 1990.
- [HR97] M. M. Halldórsson and J. Radhakrishnan. Greed is good: Approximating independent sets in sparse and bounded-degree graphs. *Algorithmica*, 18:145–163, 1997.
- [Hro01] J. Hromkovič. *Algorithmics for Hard Problems*. Springer, Berlin, 2001.
- [Hur92] C. A. J. Hurkens. Nasty TSP instances for farthest insertion. In *Proc. 2nd Integer Programming and Combinatorial Optimization Conf. (IPCO)*, pages 346–352, 1992.
- [IK75] O. H. Ibarra and C. E. Kim. Fast approximation for the knapsack and sum of subset problems. *Journal of the ACM*, 22:463–468, 1975.
- [Jer95] M. Jerrum. A very simple algorithm for estimating the number of  $k$ -colorings of a low-degree graph. *Random Structures & Algorithms*, 7:157–165, 1995.
- [Jer98] M. Jerrum. Mathematical foundations of the Markov chain Monte Carlo method. In *Probabilistic Methods for Algorithmic Discrete Mathematics*, volume 16 of *Algorithms and Combinatorics*, pages 116–165. Springer, 1998.
- [Jer03] M. Jerrum. *Counting, Sampling and Integrating: Algorithms and Complexity*. Birkhäuser, 2003.
- [Joh74] D. S. Johnson. Approximation algorithms for combinatorial problems. *Journal of Computer and System Sciences*, 9:256–278, 1974.
- [JS96] M. Jerrum and A. Sinclair. The Markov chain Monte-Carlo method: An approach to approximate counting and integration. In D. S. Hochbaum, editor, *Approximation Algorithms for NP-Hard Problems*, pages 482–520. PWS, 1996.

- [JSV01] M. Jerrum, A. Sinclair, and E. Vigoda. A polynomial-time approximation algorithm for the permanent of a matrix with non-negative entries. In *Proc. 39th ACM Symposium on Theory of Computing (STOC)*, pages 712–721, 2001.
- [JVV86] M. Jerrum, L. Valiant, and V. Vazirani. Random generation of combinatorial structures from a uniform distribution. *Theoretical Computer Science*, 43:169–188, 1986.
- [Kar91] H. Karloff. *Linear Programming*. Birkhäuser, Boston, 1991.
- [KLM89] R. M. Karp, M. Luby, and N. Madras. Monte-Carlo approximation algorithms for enumeration problems. *Journal of Algorithms*, 10:429–448, 1989.
- [KMR93] D. Karger, R. Motwani, and G. D. S. Ramkumar. On approximating the longest path in a graph. In *Proc. 3rd Workshop on Algorithms and Data Structures (WADS)*, pages 421–432, 1993.
- [Knu97] D. E. Knuth. *The Art of Computer Programming, Volume 1: Fundamental Algorithms*. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 3rd edition, 1997.
- [Kuč91] L. Kučera. The greedy coloring is a bad probabilistic algorithm. *Journal of Algorithms*, 12:674–684, 1991.
- [Kun04] R. Kunze. *Die Aura der Wörter – Denkschrift zur Rechtschreibreform*. Radius, 2004.
- [LLRS85] E. L. Lawler, J. K. Lenstra, A. H. G. Rinnooy Kan, and D. B. Shmoys. *The Traveling Salesman Problem*. John Wiley & Sons, 1985.
- [LP86] L. Lovász and M. D. Plummer. *Matching Theory*. North-Holland, 1986.
- [LV99] M. Luby and E. Vigoda. Fast convergence of the Glauber dynamics for sampling independent sets. *Random Structures & Algorithms*, 15:229–241, 1999.
- [Met87] N. Metropolis. The beginning of the Monte Carlo method. *Los Alamos Science*, 15:125–130, 1987.
- [Moo65] G. E. Moore. Cramming more components onto integrated circuits. *Electronics*, 38:114–117, 1965. Reprinted in *Proc. of the IEEE*, Vol. 86(1):82–85, 1998.
- [Mor98] B. M. Moret. *The Theory of Computation*. Addison-Wesley, Reading, MA, 1998.
- [MPS98] E. W. Mayr, H. J. Prömel, and A. Steger, editors. *Lectures on Proof Verification and Approximation Algorithms*. Springer, Berlin, 1998.

- [MR95] R. Motwani and P. Raghavan. *Randomized Algorithms*. Cambridge University Press, Cambridge, 1995.
- [MR99] S. Mahajan and H. Ramesh. Derandomizing semidefinite programming based approximation algorithms. *SIAM Journal on Computing*, 28:1641–1663, 1999.
- [MS79] B. Monien and E. Speckenmeyer. 3-Satisfiability is testable in  $O(1.62^r)$  steps. Technischer Bericht Nr. 3, Universität-GH Paderborn, 1979.
- [MS99] B. Morris and A. Sinclair. Random walks on truncated cubes and sampling 0-1 knapsack solutions. In *Proc. 40th IEEE Symposium on Foundations of Computer Science (FOCS)*, pages 230–240, 1999.
- [Pap94] C. Papadimitriou. *Computational Complexity*. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1994.
- [PS82] C. H. Papadimitriou and K. Steiglitz. *Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity*. Prentice-Hall, 1982.
- [QW06] J. Qian and C. A. Wang. How much precision is needed to compare two sums of square roots? *Information Processing Letters*, 100:194–198, 2006.
- [Rei94] G. Reinelt. *The Traveling Salesman: Computational Solutions for TSP Applications*. Springer, New York, 1994.
- [RSL77] D. J. Rosenkrantz, R. E. Stearns, and P. M. Lewis II. An analysis of several heuristics for the traveling salesman problem. *SIAM Journal on Computing*, 6:563–581, 1977.
- [RSST96] N. Robertson, D. P. Sanders, P. Seymour, and R. Thomas. Efficiently four-coloring planar graphs. In *Proc. 28th ACM Symposium on Theory of Computing (STOC)*, pages 571–575, 1996.
- [RT87] P. Raghavan and C. D. Thompson. Randomized rounding: A technique for provably good algorithms and algorithmic proofs. *Combinatorica*, 7:365–374, 1987.
- [Sin93] A. Sinclair. *Algorithms for Random Generation & Counting: A Markov Chain Approach*. Birkhäuser, Boston, 1993.
- [Sip92] M. Sipser. The history and status of the P versus NP question. In *Proceedings of the 24th ACM Symposium on Theory of Computing (STOC)*, pages 603–618, 1992.
- [SS01] T. Schickinger and A. Steger. *Diskrete Strukturen, Band 2: Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik*. Springer, Berlin, 2001.

- 
- [Ste01] A. Steger. *Diskrete Strukturen, Band 1: Kombinatorik – Graphentheorie – Algebra*. Springer, Berlin, 2001.
- [Tut84] W. T. Tutte. *Graph Theory*. Addison Wesley, 1984.
- [Vai89] P. M. Vaidya. Geometry helps in matching. *SIAM Journal on Computing*, 18:1201–1225, 1989.
- [Vaz01] V. V. Vazirani. *Approximation Algorithms*. Springer, Berlin, 2001.
- [Wel93] D. Welsh. *Complexity: Knots, Colourings and Counting*. Cambridge University Press, 1993.
- [WSV00] H. Wolkowicz, R. Saigal, and L. Vandenberghe, editors. *Handbook on Semidefinite Programming*. Kluwer, 2000.

# Index

- #P, 153
- absolute Abweichung, 18
- absolute Güte, 17
- Abweichung
  - absolute, 18
  - relative, 36
- Approximationsalgorithmus, 10
- Approximationsschema
  - asymptotisches polynomielles, 87
  - ganz streng polynomielles, 78
  - polynomielles, 65
  - streng polynomielles, 65
- APX, 83
- Arithmetisierung, 97
- bedingter Erwartungswert, 112
- Benchmark, 12
- Berechnungsbaum, 113
- Bernoulli-Experiment, 93
- blind sampling, 163
- Chernoff-Schranken, 195
- Cholesky-Zerlegung, 104
- Christofides' Algorithmus, 42
- chromatische Zahl, 19
- chromatischer Index, 19
- Cliquen-Problem, 6
- DNF Counting Problem, 152
- Dreiecksungleichung, 38
- Dual, 136
- Dual Fitting, 139
- Dualität
  - schwache, 136
- Durchschnittsgrad, 49
- dynamische Programmierung, 69
- Entscheidungsproblem, 5
  - zugehöriges (formale Definition), 82
- ergodisch, 167
- Estimator-Theorem, 162
- Euler-Kreis, 43
- Euler-Pfad, 42
- Euler-Tour, 43
- Eulerscher Polyedersatz, 31
- Expansion, 154
- Facette, 22
- Fehler, relativer, 36
- FPAS, 65
- FPTAS, 65
- Färbungen-Zählproblem, 152
- Güte
  - absolute, 17
  - relative, 35
    - asymptotische, 36, 57
    - erwartete, 95
    - worst case, 36
- Ganzzahligkeitslücke, 126
  - Max-SAT, 127
  - Vertex Cover, 118
- Gap Amplification, 29, 183
- girth, 31
- Graph
  - planarer, 22

- greedy Algorithmus, 20
- Hamilton-Kreis-Problem, 6
- Heuristik, 11
- hybrider Algorithmus, 102
- importance sampling, 165
- Independent Set Problem
  - Zählen unabhängiger Mengen, 152
- Independent Set Problem, 6, 47
- Indikator-Variable, 94
- Integrality Gap, 126
  - Max-CUT, 122
  - Max-SAT, 127
  - Vertex Cover, 118
- Landausche Symbole, 191
- Las-Vegas-Algorithmus, 133
- LongestPath, 79
- Markov-Kette, 166
  - schnell mischende, 169
- Markov-Ungleichung, 193
- Matching, 42
- Max-SAT, 92
- Metrisches TSP, 38
- Misch-Zeit einer Markov-Kette, 169
- mixing time, 169
- Monte-Carlo-Algorithmus, 161
- Moore's Law, 5
- Multi-Graph, 42
- Münzwurf, 91
- NP, 6
- NP-vollständig, 6
  - schwach, 73
  - stark, 73
- NPO, 81
- O-Notation
  - $O$ -Notation, 191
- Online-Problem, 11
- Optimierungsproblem, 7
- P, 5
- PAS, 65
- PO, 82
- Poisson-Experiment, 93
- Polyedersatz, Eulerscher, 31
- Primal, 136
- Primal-Dual-Schema, 139
- Problem
  - SETCOVER, 128
  - SUBSETSUM, 77
  - BinPacking, 61
  - Cliquen-, 6
  - DNF Counting, 152
  - Euklidisches TSP, 74
  - Färbungen-Zähl-, 152
  - Graphfärbungs-, 19
  - Hamilton-Kreis-, 6
  - Hitting Set, 129
  - Independent Set, 6, 47
  - LongestPath, 79
  - Max-2BINPACKING, 33
  - Max-CUT-, 105
  - Max-EkSAT, 101
  - Max-SAT, 92
  - Max-TSP, 58
  - Max2SAT, 121
  - Metrisches TSP, 38
  - MinMax-RUCKSACK, 78
  - Rucksack-, 8, 68
  - Ruckzack-Zähl-, 152
  - Set Cover, 34
  - Traveling Salesperson, 8
  - Vertex Cover, 62, 118
  - Zählen unabhängiger Mengen, 152
- pseudopolynomieller Algorithmus, 70
- PTAS, 65

- Random Walk, 166
- Randomized Rounding, 98
  - nichtlineares, 101
- rapidly mixing, 169
- Reduktion
  - Polynomialzeit-, 7
  - Selbst-, 29
- relative Abweichung, 36
- relative Güte, 35
- relativer Fehler, 36
- Relaxierung, 97
- Rucksack-Zählproblem, 152
- Rucksackproblem, 8
- Rundungsansatz
  - RUNDUNGSANSATZ, 126
- sample, 161
- sampling
  - blind, 163
- Scaling, 29, 54
- Schalen-Eigenschaft, 171
- Schlupf, 137
- schnell mischende Markov-Kette, 169
- Selbstreduktion
  - Untere Schranken und, 29
  - Zählproblem, 171
- self-improvement property, 29, 79
- Semidefinites Programm, 104
- Set Cover Problem, 34
- Skalieren, 5, 66
- Slackness, 137
- Standardabweichung, 193
- stationär, 167
- Stichprobe, 161
- Superoptimalität, 98
- Tailenweite, 31
- Traveling Salesperson Problem, 8
  - Euklidisches, 74
  - Metrisches, 38
- Tschebyscheffsche Ungleichung, 194
- Uniformer Generator, 161
- uniformer Random Walk, 166
- Varianz, 193
- Varianzanalyse, 162
- Variationsabstand, 168
- Vertex-Cover-Problem, 62, 118
- Vizing, Satz von, 24
- Wahrscheinlichkeitsverstärkung, 159
- Zählproblem, 152
- Zertifikat, 6
- Zeuge, 18, 36
- Zähl-Approximationsschema, 158
  - ganz streng polynomielles, 188