

Ausblick

Die angestrebte fachbezogene Professionalisierung der universitären Phase zielt auf ein Lehramtsstudium, das in der Wissenschaft wie in der Perspektive des Berufsfeldes gleichermaßen verankert ist. Sie stützt sich im Kern auf folgende Thesen:

Erstens: Die fachmathematische Grundbildung muss elementarmathematische Erfahrungen und eine *Schulmathematik vom höheren Standpunkt* einschließen. Überdies muss die fachmathematische Komponente eine historische oder philosophische Reflexion über Mathematik ermöglichen.

Zweitens: Die fachdidaktische Komponente zielt primär auf die Problematik ab, wie mathematische Inhalte im Unterricht zugänglich gemacht werden können. Dies schließt die Kompetenz zur Reflexion der Lernerperspektive ebenso wie des bildungstheoretischen Aspektes ausdrücklich ein.

Drittens: Es sind Formen des Lehrens und Lernens von Mathematik zu etablieren, die die Studierenden in der eigenaktiven Konstruktion ihres Wissens nachhaltig unterstützen.

Aus diesen Thesen zur erwünschten Neuorientierung folgen zwingend weitere Desiderate mit bildungspolitischer Dimension, die die Ausrichtung der Forschung und die Entwicklung des Lehrpersonals an der Universität betreffen:

Geschichte und Philosophie. Der Anspruch auf verbindliche Lehrveranstaltungen zur historisch-genetischen oder philosophischen Reflexion über Mathematik erfordert, dass dieser Bereich an mathematischen Fachbereichen in Lehre und Forschung kompetent und stabil vertreten ist. Unserer Meinung nach sollte dies durch entsprechende Rahmenvorgaben abgesichert werden.

Mathematik-Didaktik. Eine fachdidaktische Ausbildung, der es in erster Linie darum geht, das Zugänglichmachen mathematischer Inhalte im Unterricht zu thematisieren, bedarf solcher Fachdidaktikerinnen und Fachdidaktiker, die eine hinreichende Affinität zur Fachwissenschaft Mathematik haben und zugleich ausgewiesene Experten für die Lernerperspektive sind, also forschungsorientiert über eine breit angelegte stoffdidaktische Expertise verfügen. Zu dieser Forschungs- und Entwicklungsperspektive gehört auch die konzeptionelle Arbeit an einer *Schulmathematik vom höheren Standpunkt*, die anschlussfähig für die Fachdidaktik ist. Unserer Auffassung nach muss die Nachwuchsförderung in diesem Feld intensiviert werden.

Hochschuldidaktik. Veränderte Lehr- und Lernformen müssen sich auf eine fachspezifische Hochschuldidaktik stützen können, die es bisher so nicht gibt. Nach unserer Überzeugung kann der hier fällige Forschungsbedarf nur in engem Austausch zwischen dem Fach, der Fachdidaktik und den Erziehungswissenschaften bestimmt und umgesetzt werden.

Insgesamt wird deutlich, dass die Umsetzung der zentralen Thesen nur in gemeinsamer Verantwortung von Fachwissenschaft und Fachdidaktik (und darüber hinaus perspektivisch in Verbindung mit den Erziehungswissenschaften) gelingen kann. Angesichts der Komplexität der Lehrerbildung als gesamtgesellschaftliche Aufgabe kann dies nicht überraschen. Durch das Projekt *Mathematik Neu Denken* haben wir gelernt, dass sich Anstrengungen hier allemal lohnen.

Materialien

Test-Item zum Differenzenquotient	32
Lokale Änderungsrate	34
Lokale Linearisierung	37
Tangente als beste Gerade	38
Historische Genese des Ableitungsbegriffs (CAUCHY und WEIERSTRASS)	39
Die optimale Dose	42
Die Bahnlinie	43
Das isoperimetrische Problem für Rechtecke	43
Das duale isoperimetrische Problem	44
Das isoperimetrische Problem für Vierecke	44
Nullstellensatz	46
Monotoniekriterium	46
Sprechanlässe zur Irrationalität von Zahlen	49
Fachwissen und Schulunterricht	53
Heuristik und Problemlösen	53
Mathematik und Wirklichkeit	54
Wert der Mathematik	54
Was sind und was sollen die Zahlen?	55
Vollständige Induktion	55
Geometrische Konstruktion des Rechnens in \mathbb{R}	56
Komplexe Zahlen in Literatur und Unterricht	57
Interpretation der Infinitesimalien	57
Hausarbeitsthemen: Probleme aus der antiken Mathematik	58
Hausarbeitsthemen: Mathematik in Mittelalter und Renaissance	59
Hausarbeitsthemen: Geschichte der Infinitesimalrechnung	60
Hausarbeitsthemen: Logische und philosophische Aspekte	60
Diagonale und Seite im Quadrat	63

Diagonale und Seite im regulären Pentagon	65
Inkommensurabilität	68
Geometrische Summenformel, EUKLID Buch IX, § 35	69
Nicole ORESME: Konvergenz bei „einfacher gleichförmiger Bewegung“	70
Nicole ORESME: Anschauung und Abstraktion	71
Nicole ORESME: Konvergenz bei „zusammengesetzter gleichförmiger Bewegung“	72
Beweisanalyse und gleichmäßige Konvergenz	79
Transzendente Zahlen	82
Kontinuumshypothese	82
Russelsche Antinomie 1903	87
Unendlichkeit in der Literatur	89
Schnittverhalten von Ebenen	93
Äquivalenzrelationen I	93
Äquivalenzrelationen II	93
Geraden im 3-dimensionalen Raum	94
Dimension > 2	95
Dimension ≤ 3	95
Äquivalenz von Pfeilen	95
Addition von Vektoren	96
Rang einer Matrix	97
Besondere Vektorräume: Magische Quadrate	98
Besondere Vektorräume: Polynome	98
Besondere Vektorräume: Lights on!	99
GRASSMANNS Ausdehnungslehre	100
Determinante	102
Skalarprodukt	103
Fußball mit Drehungen	104
Computereinsatz: Lösen von Gleichungssystemen	105
Computereinsatz: Schatten von Pyramiden	106
Computereinsatz: Morphing	107
Computereinsatz: Matrizen beschreiben Abbildungen	108
Der Kongruenzsatz WSW	115
Merkwürdige Geometrien	116

Materialien	211
Absolute Geometrie	117
Computereinsatz: Euler-Gerade und Lamoen-Kreis	119
Computereinsatz: Satz des Thales	119
Computereinsatz: Satz von Blackwell	120
Computereinsatz: Flächenformel	120
Quadratur	120
Computereinsatz: Dreieck und Quadrat	121
Brennpunkt und Leitgerade	123
Computereinsatz: Hyperbel als Kegelschnitt	123
Spiegelungen	124
Spiegelungen sind Kongruenzabbildungen	125
Spiegelungen im 3-dimensionalen Raum	125
Ein senkrecht stehender Spiegel	125
Reguläre n -Ecke	126
Eckenfiguren	128
Platonische Körper	129
ALKUIN VON YORKS Leiter mit 100 Sprossen	132
Beweise ohne Worte	133
Fibonacci-Zahlen	134
Binomische Formel dritten Grades	134
Pascalsches Dreieck	135
Binomischer Lehrsatz	136
Stellenwertsysteme im Vergleich	137
Quersummenregel	138
Unendlichkeit der Primzahlen	139
Fehler erkennende Codes	139
Der Restklassenring \mathbb{Z}_n	140
Inverse Elemente und der kleine Satz von Fermat	141
Die φ -Funktion	142
Polynome konstruieren	144
Cardanosche Formel	146
Gruppenpuzzle: Arbeitsaufträge für die Expertenrunde	153
Gruppenpuzzle: Arbeitsauftrag für die Unterrichtsrunde	154

Lösungsskizze zum Beweis der Regel von de l'Hôpital	156
Arbeitsteilige Gruppenarbeit mit anschließendem Museumsrundgang	157
Präsenzaufgabe zur Konstruktion linearer Gleichungssysteme	159
Verständnisfragen zur Konvergenz von Funktionenfolgen	160
LEIBNIZ' Infinitesimalrechnung – Eine Quelle als Diskussionsgrundlage	164
Wochenendseminar: Workshops	167
Wochenendseminar: Vortragsthemen	168
Portfoliothemen zur Analytischen Geometrie und Linearen Algebra	171
Hausarbeit: BARROWS Hauptsatz der Integral- und Differentialrechnung	172

Literatur

- [d'Alembert 1975] D'ALEMBERT, Jean le Rond: *Einleitung zur Enzyklopädie (1751)*. Hrsg. v. Erich Köhler. 2. durchges. Aufl. Hamburg: Meiner, 1975.
- [Aristoteles 1995a] ARISTOTELES: *Aristoteles philosophische Schriften*. Bd. 1. Hamburg: Meiner, 1995.
- [Aristoteles 1995b] ARISTOTELES: *Aristoteles philosophische Schriften*. Bd. 5. Hamburg: Meiner, 1995.
- [Artmann 1986] ARTMANN, Benno: *Lineare Algebra*. Basel u. a.: Birkhäuser, 1986.
- [Artmann 1993] ARTMANN, Benno: *Analysis in der Schule*. Skript zur Vorlesung, TH Darmstadt. Sommersemester 1993.
- [Barzel u. a. 2007] BARZEL, Bärbel; BÜCHTER, Andreas; LEUDERS, Timo: *Mathematik Methodik. Handbuch für die Sekundarstufe I und II*. Berlin: Cornelsen Scriptor, 2007.
- [Becker 1975] BECKER, Oskar: *Grundlagen der Mathematik in geschichtlicher Entwicklung*. Frankfurt a. M.: Suhrkamp, 1975.
- [Berggren 2011] BERGGREN, J. Lennart: *Mathematik im mittelalterlichen Islam*. Berlin u. a.: Springer-Verlag, 2011.
- [Berkeley 1734] BERKELEY, George: *The Analyst; or, a discourse addressed to an infidel mathematician*. London, 1734, Eighteenth Century Collections Online, Gale. <http://find.galegroup.com/ecco/infomark.do?&contentSet=ECCOArticles&type=multipage&tabID=T001&prodId=ECCO&docId=CW119132051&source=gale&userGroupName=siegen&version=1.0&docLevel=FASCIMILE>, Zugriff: 26.07.2011.
- [Beutelspacher 2009] BEUTELSPACHER, Albrecht: *Kryptologie. Eine Einführung in die Wissenschaft vom Verschlüsseln, Verbergen und Verheimlichen*. 9. Aufl. Wiesbaden: Vieweg+Teubner, 2009.
- [Beutelspacher 2010] BEUTELSPACHER, Albrecht: *Lineare Algebra. Eine Einführung in die Wissenschaft der Vektoren, Abbildungen und Matrizen*. 7. Aufl. Wiesbaden: Vieweg+Teubner, 2010.
- [Beutelspacher 2011] BEUTELSPACHER, Albrecht: *Survival-Kit Mathematik. Mathe-Basics zum Studienbeginn*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner, 2011.
- [Beutelspacher und Danckwerts 2008] BEUTELSPACHER, Albrecht; DANCKWERTS, Rainer: *Abschlussbericht „Mathematik Neu Denken“*. Ein Projekt zur Neuorientierung der universitären Lehrerausbildung im Fach Mathematik für das gymnasiale Lehramt. Gießen, Siegen, 2008. <http://www.uni-siegen.de/fb6/didaktik/tkprojekt/downloads/abschlussbericht07.pdf>, Zugriff: 26.07.2011.

- [Bewersdorff 2009] BEWERSDORF, Jörg: *Algebra für Einsteiger. Von der Gleichungsauflösung zur Galois-Theorie*. 4. aktual. Aufl. Wiesbaden: Vieweg+Teubner, 2009.
- [Blömeke 2009] BLÖMEKE, Sigrid: Ausbildungs- und Berufserfolg im Lehramtsstudium im Vergleich zum Diplomstudium. Zur prognostischen Validität kognitiver und psychomotivationaler Auswahlkriterien. In: *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft* 12 (2009), Nr. 1, S. 82-110.
- [Blömeke u. a. 2010] BLÖMEKE, Sigrid; KAISER, Gabriele; LEHMANN, Rainer (Hrsg.): *TEDS-M 2008. Professionelle Kompetenz und Lerngelegenheiten angehender Mathematiklehrkräfte für die Sekundarstufe I im internationalen Vergleich*. Münster u. a.: Waxmann, 2010.
- [Blömeke u. a. 2011] BLÖMEKE, Sigrid; KAISER, Gabriele; LEHMANN, Rainer; RINKENS, Hans-Dieter: *Empirische Studie zur Effektivität innovativer Projekte der Mathematiklehrerbildung im Kernfach Mathematik im Kontext der internationalen IEA-Studie TEDS-M 2008 (TEDS-Telekom). Ergebnis der dritten Testwelle im Sommersemester 2010 und des Längsschnitts über die drei Messzeitpunkte insgesamt*. Bonn: Deutsche Telekom Stiftung, unveröffentlichter Projektbericht, 2011.
- [Blum und Henn 2001] BLUM, Werner; HENN, Hans-Wolfgang: Zur Rolle der Fachdidaktik in der universitären Gymnasiallehramtsausbildung. In: *MNU* 56 (2003), Nr. 2, S. 68-76.
- [du Bois-Reymond 1874] BOIS-REYMOND, Paul du: *Wissenschaftliche oder encyclopädisch gebildete Lehrer?* Tübingen, 1874. Staatsarchiv Ludwigsburg (Bestand E 202/Bü 326).
- [Borneleit u. a. 2001] BORNELEIT, Peter; DANCKWERTS, Rainer; HENN, Hans-Wolfgang: Expertise zum Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe. In: *Journal für Mathematik-Didaktik* 22 (2001), Nr. 1, S. 73-90.
- [Bosse 2003] BOSSE, Dorit: Differenziertes Lernen bis zum Abitur. Anregungen zum Umgang mit Heterogenität in der gymnasialen Oberstufe. In: *Pädagogik* 9 (2003), S. 24-27.
- [Bourbaki 1989] BOURBAKI, Nicolas: *Elements of mathematics: Algebra 1, Chapters 1-3*. 2. Aufl. Berlin u. a.: Springer-Verlag, 1989.
- [Buchholtz o. J.] BUCHHOLTZ, Nils: *Erwerb von Lehrberufswissen im Fach Mathematik im Kontext institutioneller Rahmenbedingungen. Eine Mixed-Methods-Studie über die Kompetenzentwicklung von Studierenden in der gymnasialen Lehramtsausbildung an verschiedenen deutschen Universitäten*. Dissertationsprojekt an der Universität Hamburg.
- [Buchholtz u. a. 2011] BUCHHOLTZ, Nils; BLÖMEKE, Sigrid; KAISER, Gabriele; KÖNIG, Johannes; LEHMANN, Rainer; SCHWARZ, Björn; SUHL, Ute: Entwicklung von Professionswissen im Lehramtsstudium: eine Längsschnittstudie an fünf deutschen Universitäten. In: EILERTS, Katja; HILLIGUS, Annegret; KAISER, Gabriele; BENDER, Peter (Hrsg.): *Kompetenzorientierung in Schule und Lehrerbildung – Perspektiven der bildungspolitischen Diskussion, der empirischen Bildungsforschung und der Mathematik-Didaktik. Festschrift für Hans-Dieter Rinkens*. Berlin u. a.: LIT Verlag, 2011, in Vorbereitung.
- [Büchter und Henn 2010] BÜCHTER, Andreas; HENN, Hans-Wolfgang: *Elementare Analysis. Von der Anschauung zur Theorie*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 2010.
- [Buekenhout 1969] BUEKENHOUT, Francis: Une caractérisation des espaces affins basée sur la notion de droite. In: *Mathematische Zeitschrift* 111 (1969), Nr. 5, S. 367-371.

- [Bungartz und Wynands 1998] BUNGARTZ, Paul; WYNANDS, Alexander: *Wie beurteilen Referendare ihr Mathematikstudium für das Lehramt Sekundarstufe II?* <http://www.math.uni-bonn.de/people/wynands/Referendarbefragung.html>, Zugriff: 26.07.2011.
- [Burkert 1962] BURKERT, Walter: *Weisheit und Wissenschaft. Studien zu Pythagoras, Philolaos und Platon*. Nürnberg: Verlag Hans Carl, 1962. Zugl.: Erlangen-Nürnberg, Univ., Habilitationsschr., 1961.
- [Cantor 1962] CANTOR, Georg (Hrsg.): *Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts*. Hrsg. v. Ernst Zermelo. Hildesheim: Olms, 1962. Reprograf. Nachdr. d. Ausg. Berlin 1932.
- [Cantor 1991] CANTOR, Georg (Hrsg.): *Briefe*. Hrsg. v. Herbert Meschkowski u. Winfried Nilson. Berlin u. a.: Springer-Verlag, 1991.
- [Cauchy 1836] CAUCHY, Augustin Louis: *Vorlesungen über Differenzialrechnung, mit Fourier's Auflösungsmethode der bestimmten Gleichungen verbunden*. Aus dem Franz. übers. v. Christian Heinrich Schnuse. G. C. E. Meyer: Braunschweig, 1836. <http://books.google.com/books?id=afeXBMvg9MQC>, Zugriff: 26.07.2011.
- [Clagett 1968] CLAGETT, Marshall (Hrsg.): *Nicole Oresme and the Medieval Geometry of Qualities and Motions. A treatise on the uniformity and difformity of intensities known as „Tractatus de configurationibus qualitatum et motuum“*. Madison u. a.: University of Wisconsin Press, 1968.
- [Curdes u. a. 2003] CURDES, Beate; JAHNKE-KLEIN, Sylvia; LANGFELD, Barbara; PIEPER-SEIER, Irene: Attribution von Erfolg und Misserfolg bei Mathematikstudierenden: Ergebnisse einer quantitativen empirischen Untersuchung. In: *Journal für Mathematik-Didaktik* 24 (2003), Nr. 1, S. 3-17.
- [Cusanus 2002] NIKOLAUS VON KUES, : *De coniecturis (Mutmaßungen)*. Übers. u. hrsg. von Josef Koch u. Winfried Happ. 3. Aufl. Hamburg: Meiner, 2002.
- [Danckwerts 1983] DANCKWERTS, Rainer: Bericht über ein Seminar zu Didaktik der Analysis für SII-Lehramtsstudenten. In: *Journal für Mathematik-Didaktik* 4 (1983), Nr. 2, S. 115-137.
- [Danckwerts und Vogel 2005] DANCKWERTS, Rainer; VOGEL, Dankwart: *Elementare Analysis*. Norderstedt: Books on Demand, 2005.
- [Danckwerts und Vogel 2006] DANCKWERTS, Rainer; VOGEL, Dankwart: *Analysis verständlich unterrichten*. München u. a.: Spektrum Akademischer Verlag, 2006.
- [Danckwerts und Nickel 2009] DANCKWERTS, Rainer; NICKEL, Gregor: „*Mathematik Neu Denken*“. Ein Projekt zur Neuorientierung der universitären Lehrerbildung im Fach Mathematik für das gymnasiale Lehramt. Abschlussbericht zweite Phase. Siegen, 2009. <http://www.uni-siegen.de/fb6/didaktik/tkprojekt/downloads/abschlussbericht-08.pdf>, Zugriff: 26.07.2011.
- [Danckwerts u. a. 2004] DANCKWERTS, Rainer; PREDIGER, Susanne; VASARHELYI, Eva: Perspektiven der universitären Lehrausbildung im Fach Mathematik für die Sekundarstufen. In: *Mitteilungen der DMV* 12 (2004), Nr. 2, S. 76-77.

- [Dann u. a. 2002] DANN, Hans-Dietrich; DIEGRITZ, Theodor; ROSENBUSCH, Heinz S.: Gruppenunterricht im Schulalltag. Ergebnisse eines Forschungsprojektes und praktische Konsequenzen. In: *Pädagogik* 54 (2002), Nr. 1, S. 11-14.
- [Dedekind 1960] DEDEKIND, Richard: *Was sind und was sollen die Zahlen. Stetigkeit und irrationale Zahlen*. Braunschweig: Friedr. Vieweg & Sohn, 1960.
- [Degenhardt und Karagiannakis 2008] DEGENHARDT, Marion; KARAGIANNAKIS, Evangelia: Lernstagebuch, Arbeitsjournal und Portfolio. Drei Säulen eines persönlichen Lernprozess-Begleiters. In: *Neues Handbuch Hochschullehre*. Stuttgart: Dr. Josef Raabe Verlags GmbH, 2008.
- [DMV, GDM und MNU 1997] DMV; GDM; MNU (Hrsg.): Erklärung der Fachverbände zu den Ergebnissen der internationalen Mathematikstudie TIMSS: Schlechte Noten für den Mathematikunterricht in Deutschland. Anlaß und Chance für Innovationen. In: *Mitteilungen der DMV* (1997), Nr. 2, S. 57-59. Vgl. auch <http://www.lehrer.uni-karlsruhe.de/~za171/Timss/math297.html>, Zugriff: 26.07.2011.
- [DMV, GDM und MNU 2008] DMV; GDM; MNU (Hrsg.): *Standards für die Lehrerbildung im Fach Mathematik. Empfehlungen von DMV, GDM und MNU an die KMK*. o. O., 2008. http://madipedia.de/images/2/21/Standards_Lehrerbildung_Mathematik.pdf, Zugriff: 26.07.2011.
- [Dugac 1973] DUGAC, Pierre: Eléments d'analyse de Karl Weierstrass. In: *Archive for History of Exact Sciences* 10 (1973), Nr. 1-2, S. 41-174.
- [Ebbinghaus 1988] EBBINGHAUS, Heinz-Dieter (Hrsg.): *Zahlen*. 2. überarb. u. erg. Aufl. Berlin u. a.: Springer-Verlag, 1988.
- [Eilerts u. a. 2011] EILERTS, Katja; BESCHERER, Christine; NIEDERDRECK-FELGNER, Cornelia: Arbeitskreis „HochschulMathematikDidaktik“. In: *Mitteilungen der DMV* 19 (2011), Nr. 1, S. 56-59.
- [Einstein 2005] EINSTEIN, Albert: Geometrie und Erfahrung. In: EINSTEIN, Albert; SEELIG, Carl (Hrsg.): *Mein Weltbild*. Zürich: Europa Verlag Zürich, 2005, S. 156-166.
- [Empfehlungen 2010] BEUTELSPACHER, Albrecht; DANCKWERTS, Rainer; NICKEL, Gregor: *Mathematik Neu Denken. Empfehlungen zur Neuorientierung der universitären Lehrerbildung im Fach Mathematik für das gymnasiale Lehramt*. Bonn: Deutsche Telekom Stiftung, 2010.
- [Engeln 2004] ENGELN, Katrin: *Schülerlabors: authentische, aktivierende Lernumgebungen als Möglichkeit, Interesse an Naturwissenschaften und Technik zu wecken*. Berlin: Logos-Verlag, 2004. Zugl. Diss. Christian-Albrechts-Universität Kiel 2004.
- [Enriques 1915] ENRIQUES, Frederigo; CHISINI, Oscar: *Lezioni sulla teoria geometrica delle equazioni e delle funzioni algebriche*. Bd. 1. Bologna: Nicola Zanichelli, 1915.
- [Euklid 2005] EUKLID: *Die Elemente. Buch I-XIII*. Hrsg. v. Clemens Thae. Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften, Bd. 235. Frankfurt a. M.: Verlag Harri Deutsch, 2005.
- [Folkerts und Gericke 1993] FOLKERTS, Menso; GERICKE, Helmuth: Die Alkuin zugeschriebenen Propositiones ad acuendos iuvenes (Aufgaben zur Schärfung des Geistes der Jugend). In: BUTZER, Paul Leo; LOHRMANN, Dietrich (Hrsg.): *Science in Western and Eastern civilization in Carolingian times*. Basel u. a.: Birkhäuser, 1993, S. 284-362.

- [Frege 1966] FREGE, Gottlob: *Grundgesetze der Arithmetik*. Bd. 1. Hildesheim: Olms, 1966. Reprint. Nachdr. d. Ausg. Jena 1893.
- [Frege 1980] FREGE, Gottlob: *Gottlob Freges Briefwechsel mit D. Hilbert, E. Husserl, B. Russel, sowie ausgewählte Einzelbriefe Freges*. Hrsg. v. Gottfried Gabriel, Friedrich Kambartel u. Christian Thiel. Hamburg: Meiner, 1980.
- [Freudigmann u. a. 2006] FREUDIGMANN, Hans; REINELT, Günther; SCHWEHR, Siegfried; STARK, Jörg; ZINSER, Manfred (Hrsg.): *Lambacher Schweizer: Analysis Leistungskurs. Mathematisches Unterrichtswerk für das Gymnasium, Ausgabe Nordrhein-Westfalen*. Stuttgart, Düsseldorf, Leipzig: Ernst Klett Verlag, 2006.
- [Galilei 1623] GALILEI, Galileo: *Il Saggiatore*. Rom, 1623. http://it.wikisource.org/wiki/Il_Saggiatore, Zugriff: 26.07.2011.
- [Galilei 2004] GALILEI, Galileo: *Unterredungen und mathematische Demonstrationen über zwei neue Wissenszweige, die Mechanik und die Fallgesetze betreffend. Erster bis sechster Tag – 1638*. Hrsg. v. Arthur J. von Oettingen. Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften, Bd. 11. Frankfurt a. M.: Harri Deutsch, 2004.
- [Gallin und Ruf 1999] GALLIN, Peter; RUF, Urs: *Ich mache das so! Wie machst du es? Das machen wir ab*. Bd. 4.-5. Schuljahr. Zürich: Lehrmittelverlag des Kantons Zürich, 1999.
- [Gallin und Ruf 2010] GALLIN, Peter; RUF, Urs: Von der Schüler- zur Fachsprache. In: FENKART, Gabriele; LEMBENS, Anja; ERLACH-ZEITLINGER, Edith (Hrsg.): *Sprache, Mathematik und Naturwissenschaften*. Innsbruck: StudienVerlag, 2010, S. 21-25.
- [Gauß 1957] GAUSS, Carl Friedrich; SCHUMACHER, Heinrich Christian: *Briefwechsel zwischen C. F. Gauss und H. C. Schumacher*. Hrsg. v. Christian A. F. Peters. Bd. 1. Hildesheim u. a.: Olms, 1957. Nachdruck d. Ausg. Altona 1860.
- [Gauß 1972] GAUSS, Carl Friedrich; BOLYAI, Wolfgang: *Briefwechsel zwischen Carl Friedrich Gauss und Wolfgang Bolyai*. Hrsg. v. Franz Schmidt und Paul Stäckel. New York u. a.: Johnson Reprint Corporation, 1972. Nachdruck d. Ausg. Leipzig 1899.
- [Gericke 1970] GERICKE, Helmuth: *Geschichte der Zahlbegriffs*. Mannheim u. a.: Bibliographisches Institut, 1970.
- [Gericke 1993] GERICKE, Helmuth: *Mathematik in Antike und Orient*. Bd. 1 u. 2. 2. Aufl. Wiesbaden: Fourier, 1993.
- [Grant 1986] GRANT, Edward: Science and Theology in the Middle Ages. In: LINDBERG, David C.; NUMBERS, Ronald L. (Hrsg.): *God and Nature. Historical Essays on the Encounter between Christianity and Science*. Berkeley u. a.: University of California Press, 1986, S. 49-75.
- [Grassmann 1896] GRASSMANN, Hermann: Die Ausdehnungslehre von 1862. Vollständig und in strenger Form. In: ENGEL, Friedrich; GRASSMANN, Hermann d. J. (Hrsg.): Hermann Grassmanns gesammelte mathematische und physikalische Werke. Bd. 1,2. Leipzig: B. G. Teubner, 1896.
- [Grigutsch u. a. 1998] GRIGUTSCH, Stefan; RAATZ, Ulrich; TÖRNER, Günter: Einstellungen gegenüber Mathematik bei Mathematiklehrern. In: *Journal für Mathematik-Didaktik* 19 (1998), Nr. 1, S. 3-45.

- [Grottemeyer 1969] GROTEMEYER, Karl Peter: *Analytische Geometrie*. 4. Aufl. Berlin: Walter de Gruyter, 1969.
- [Gudjons 2002] GUDJONS, Herbert: In Gruppen lernen – warum nicht? In: *Pädagogik* 54 (2002), Nr. 1, S. 6-10.
- [Häcker 2009] HÄCKER, Thomas: Vielfalt der Portfoliobegriffe. Annäherung an ein schwer fassbares Konzept. In: BRUNNER, Ilse; HÄCKER, Thomas; WINTER, Felix (Hrsg.): *Das Handbuch Portfolioarbeit: Konzepte, Anregungen, Erfahrungen aus Schule und Lehrerbildung*. 3. Aufl. Seelze-Velber: Kallmeyer Verlag/Klett, 2009, S. 33-39.
- [Häcker und Winter 2009] HÄCKER, Thomas; WINTER, Felix: Portfolio – nicht um jeden Preis! Bedingungen und Voraussetzungen der Portfolioarbeit in der Lehrerbildung. In: BRUNNER, Ilse; HÄCKER, Thomas; WINTER, Felix (Hrsg.): *Das Handbuch Portfolioarbeit: Konzepte, Anregungen, Erfahrungen aus Schule und Lehrerbildung*. 3. Aufl. Seelze-Velber: Kallmeyer Verlag/Klett, 2009, S. 227-233.
- [Hairer und Wanner 2011] HAIRER, Ernst; WANNER, Gerhard: *Analysis in historischer Entwicklung*. Berlin u. a.: Springer-Verlag, 2011.
- [Hasse und Scholz 1928] HASSE, Helmut; SCHOLZ, Heinrich: *Die Grundlagenkrise der Griechischen Mathematik*. Berlin: Pan-Verlag, 1928.
- [Hefendehl-Hebecker 2002] HEFENDEHL-HEBECKER, Lisa: Dialogisches Lernen in der Lehramtsausbildung. In: PREDIGER, Susanne; LENGNINK, Katja (Hrsg.): *Mathematik und Kommunikation*. Darmstadt: Verlag Allgemeine Wissenschaft, 2002, S. 49-58.
- [Hefendehl-Hebecker 2003] HEFENDEHL-HEBECKER, Lisa: Didaktik der Mathematik als Wissenschaft. Aufgaben, Chancen, Profile. In: *Jahresbericht der DMV* 105 (2003), Nr. 1, S. 3-29.
- [Hefendehl-Hebecker u. a. 2010] HEFENDEHL-HEBECKER, Lisa; ABLEITINGER, Christoph; HERRMANN, Angela: Mathematik Besser Verstehen. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht* (2010), S. 93-94.
- [Hilbert 1917] HILBERT, David: Axiomatisches Denken. In: *Mathematische Annalen* 78 (1918), S. 405-415.
- [Hilbert 1926] HILBERT, David: Über das Unendliche. In: *Mathematische Annalen* 95 (1926), S. 161-190.
- [de l'Hôpital 1716] L'HÔPITAL, Guillaume François Antoine de: *Analyse des infiniment petits, pour l'intelligence des lignes courbes*. 2. Aufl. Paris, 1716. http://books.google.com/books?id=xh8T6QL_rJ8C, Zugriff: 26.07.2011.
- [Humboldt 1972] HUMBOLDT, Wilhelm von: Schriften zur Sprachphilosophie. Ueber die Verschiedenheit des menschlichen Sprachbaues und ihren Einfluss auf die geistige Entwicklung des Menschengeschlechts. In: HUMBOLDT, Wilhelm von (Hrsg.): *Werke*. Bd. 3. 4. Aufl. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1972, S. 368-756.
- [Hußmann 2002] HUSSMANN, Stephan: *Konstruktivistisches lernen an Intentionalen Problemen – Mathematik unterrichten in einer offenen Lernumgebung*. Hildesheim u. a.: Franzbecker, 2002.
- [Jahnke 1999] JAHNKE, Hans Niels (Hrsg.): *Geschichte der Analysis*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 1999.

- [Juškevič 1964] JUŠKEVIČ, Adolf P.: *Geschichte der Mathematik im Mittelalter*. Übers. v. Viktor Ziegler. Leipzig: B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, 1964.
- [Kadunz und Strässer 2009] KADUNZ, Gerd; STRÄSSER, Rudolf: *Didaktik der Geometrie in der Sekundarstufe I*. 3. Aufl. Hildesheim u. a.: Franzbecker, 2009.
- [Kaiser u. a. 2010] KAISER, Gabriele; BUCHHOLTZ, Nils; SCHWARZ, Björn; BLÖMEKE, Sigrid; LEHMANN, Rainer; SUHL, Ute; KÖNIG, Johannes; RINKENS, Hans-Dieter: Kompetenzentwicklung in der Mathematik-Gymnasiallehrausbildung – eine empirische Studie an fünf deutschen Universitäten. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht* (2010), S. 465-468.
- [Kaiser und Nöbauer 2006] KAISER, Hans; NÖBAUER, Wilfried: *Geschichte der Mathematik für Schule und Unterricht*. 3. Aufl., Nachdr. Wien: öbv & hpt, 2006.
- [Katz 2009] KATZ, Victor J.: *A History of Mathematics. An Introduction*. 3. Aufl. Boston (Mass.) u. a.: Addison-Wesley, 2009.
- [Kirsch 1987] KIRSCH, Arnold: *Mathematik wirklich verstehen*. Köln: Aulis Verlag Deubner, 1987.
- [Klein 1899] KLEIN, Felix: Aufgabe und Methode des mathematischen Unterrichts an den Universitäten. In: *Jahresbericht der DMV* 7 (1899), S. 126-138.
- [Klein 1908] KLEIN, Felix: *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus*. Bd. I (Arithmetik, Algebra, Analysis). Berlin: B. G. Teubner, 1908. Seitenzählung nach der 4. Aufl. von 1933.
- [Konhäuser 2004] KONHÄUSER, Sabine: *Lernen in Science Centers. Mensch und Mathematik*. Hamburg: Verlag Dr. Kovac, 2004. Zugl. Diss. Justus-Liebig-Universität Gießen, 2003.
- [Krauss u. a. 2008] KRAUSS, Stefan; NEUBRAND, Michael; BLUM, Werner; BAUMERT, Jürgen; BRUNNER, Martin; KUNTER, Mareike; JORDAN, Alexander: Die Untersuchung des professionellen Wissens deutscher Mathematik-Lehrerinnen und -Lehrer im Rahmen der COACTIV-Studie. In: *Journal für Mathematik-Didaktik* 29 (2008), Nr. 3/4, S. 223-258.
- [Lakatos 1979] LAKATOS, Imre: *Beweise und Widerlegungen. Die Logik mathematischer Entdeckungen*. Braunschweig: Vieweg, 1979.
- [Ledermann und Weir 1996] LEDERMANN, Walter; WEIR, Alan J.: *Introduction to group theory*. 2. Aufl. Harlow: Longman, 1996.
- [Leibniz 1966] LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm: *Hauptschriften zur Grundlegung der Philosophie Band 1*. Hamburg: Meiner, 1966.
- [Lengnink und Prediger 2000] LENGNINK, Katja; PREDIGER, Susanne: Mathematisches Denken in der Linearen Algebra. In: *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 32 (2000), Nr. 4, S. 111-122.
- [Leufer und Prediger 2007] LEUFER, Nikola; PREDIGER, Susanne: „Vielleicht brauchen wir das ja doch in der Schule“. Sinnstiftung und Brückenschläge in der Analysis als Bausteine zur Weiterentwicklung der fachinhaltlichen gymnasialen Lehrerbildung. In: BÜCHTER, Andreas; HUMENBERGER, Hans; HUSSMANN, Stephan; PREDIGER, Susanne (Hrsg.): *Realitätsnaher Mathematikunterricht – vom Fach aus und für die Praxis. Festschrift für Wolfgang Henn zum 60. Geburtstag*. Hildesheim u. a.: Franzbecker, 2007, S. 265-276.

- [Mäder 1992] MÄDER, Peter: *Mathematik hat Geschichte*. Hannover: Metzler Schulbuchverlag, 1992.
- [Mansfeld 1983] MANSFELD, Jaap: *Die Vorsokratiker I. Milesier; Pythagoreer; Xenophanes, Heraklit, Parmenides*. Stuttgart: Philipp Reclam Jun., 1983.
- [Martin 1982] MARTIN, Georg E.: *Transformation Geometrie. An Introduction to Symmetry*. New York u. a.: Springer-Verlag, 1982.
- [Martin 1996] MARTIN, Georg E.: *The Foundations of Geometry and the Non-Euclidean Plane*. 3. verb. Aufl. New York u. a.: Springer-Verlag, 1996.
- [McCarthy 1998] MCCARTHY, John: *Progress and its sustainability*. <http://www-formal.stanford.edu/jmc/progress/>, Zugriff: 26.07.2011.
- [Mehrtens 1990] MEHRTENS, Herbert: *Moderne – Sprache – Mathematik. Eine Geschichte des Streits um die Grundlagen der Disziplin und des Subjekts formaler Systeme*. Frankfurt a. M.: Suhrkamp, 1990.
- [Meschkowski 1997] MESCHKOWSKI, Herbert: *Mathematik verständlich dargestellt. Eine Entwicklungsgeschichte von der Antike bis zur Gegenwart*. Wiesbaden: VMA-Verlag, 1997.
- [Meyer 2005] MEYER, Hilbert: *Unterrichts-Methoden. II: Praxisband*. 11. Aufl. Berlin: Cornelsen, 2005.
- [Mischau und Blunck 2006] MISCHAU, Anina; BLUNCK, Andrea: *Mathematikstudierende, ihr Studium und ihr Fach: Einfluss von Studiengang und Geschlecht*. In: *Mitteilungen der DMV* 14 (2006), Nr. 1, S. 46-52.
- [Musil 1978] MUSIL, Robert: *Prosa und Stücke*. In: MUSIL, Robert; FRISÉ, Adolf (Hrsg.): *Gesammelte Werke*. Bd. 6. Reinbek bei Hamburg: Rowohlt, 1978.
- [Myers 1993] MYERS, Nadine: *Cooperation in Calculus*. In: *Primus* 3/1 (1993), S. 47-52.
- [Niven 1981] NIVEN, Ivan: *Maxima and Minima without Calculus*. Washington, D.C.: Mathematical Association of America, 1981.
- [Peiffer und Dahan-Dalmédico 1994] PEIFFER, Jeanne; DAHAN-DALMÉDICO, Amy: *Wege und Irrwege – eine Geschichte der Mathematik*. Basel u. a.: Birkhäuser, 1994.
- [Pickert 1976] PICKERT, Günter: *Analytische Geometrie. Eine Einführung in Geometrie und Lineare Algebra*. 7. durchges. u. erw. Aufl. Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft, 1976.
- [Pieper-Seier 2002] PIEPER-SEIER, Irene: *Lehramtsstudierende und ihr Verhältnis zur Mathematik*. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht* (2002), S. 395-398.
- [Platon 1990] PLATON: *Platon Werke. Gesetze, Buch VII-XII*. Bd. 8, Teil II. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1990.
- [Pólya 1979] PÓLYA, George: *Vom Lösen mathematischer Aufgaben, Einsicht und Entdeckung, Lernen und Lehren*. Bd. 1. Basel u. a.: Birkhäuser, 1979.
- [Pólya 1995] PÓLYA, George: *Schule des Denkens. Vom Lösen mathematischer Probleme*. 4. Aufl. Tübingen u. a.: Francke, 1995.

- [Purkert und Ilgauds 1987] PURKERT, Walter; ILGAUDS, Hans J.: *Georg Cantor. 1845-1918*. Völlig überarb. und erw. Fassung der Ausgabe Leipzig 1985. Basel u. a.: Birkhäuser, 1987.
- [Rademacher und Toeplitz 2000] RADEMACHER, Hans; TOEPLITZ, Otto: *Von Zahlen und Figuren. Proben mathematischen Denkens für Liebhaber der Mathematik*. Reprint der 2. Aufl. Berlin 1933. Berlin u. a.: Springer-Verlag, 2000.
- [Reichel 2000] REICHEL, Hans-Christian: Brauchen wir eine spezielle Mathematik-Fachausbildung für Lehramtskandidaten? In: *Mitteilungen der DMV* 8 (2000), Nr. 2, S. 33-36.
- [Reinmann und Mandl 2006] REINMANN, Gabi; MANDL, Heinz: Unterrichten und Lernumgebungen gestalten. In: KRAPP, Andreas; WEIDENMANN, Bernd (Hrsg.): *Pädagogische Psychologie*. 5. vollst. neu überarb. Aufl. Weinheim u. a.: Beltz Psychologie Verlags Union, 2006, S. 613-658.
- [Reinmann-Rothmeier und Mandl 1997] REINMANN-ROTHMEIER, Gabi; MANDL, Heinz: Lehren im Erwachsenenalter. Auffassungen vom Lehren und Lernen, Prinzipien und Methoden. In: WEINERT, Franz E.; MANDL, Heinz (Hrsg.): *Psychologie der Erwachsenenbildung*. Bd. D/I. Göttingen: Hofgrefe, 1997, S. 355-403.
- [Ruf und Gallin 2005] RUF, Urs; GALLIN, Peter: *Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik. Grundzüge einer interaktiven und fächerübergreifenden Didaktik*. Bd. 1: Austausch unter Ungleichen; Bd. 2: Spuren legen – Spuren lesen. 3. Aufl. Seelze-Velber: Kallmeyer, 2005.
- [Russell 1972] RUSSELL, Bertrand: *The Principles of Mathematics*. London: Allen & Unwin LTD, 1972.
- [Scholz 1990] SCHOLZ, Erhard (Hrsg.): *Geschichte der Algebra. Eine Einführung*. Mannheim u. a.: BI-Wiss.-Verlag, 1990.
- [Schopenhauer 1851] SCHOPENHAUER, Arthur: *Parerga und Paralipomena*. Bd. 2. Berlin: A. W. Hahn, 1851.
- [Schulz 2003] SCHULZ, Ralph-Hardo: *Codierungstheorie. Eine Einführung*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner, 2003.
- [Schupp 2000] SCHUPP, Hans: *Kegelschnitte*. Hildesheim u. a.: Franzbecker, 2000.
- [Sigler 2002] SIGLER, Laurence E.: *Fibonacci's Liber Abaci. A Translation into Modern English of Leonardo Pisano's Book of Calculation*. New York u. a.: Springer-Verlag, 2002.
- [Stegmaier 2011] STEGMAIER, Werner: Orientierung durch Mathematik. In: HELMERICH, Markus; LENGNINK, Katja; NICKEL, Gregor; RATHGEB, Martin (Hrsg.): *Mathematik verstehen. Philosophische und didaktische Perspektiven*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner, 2011. S. 15-25.
- [Stroth u. a. 2001] STROTH, Gernot; TÖRNER, Günter; SCHARLAU, Rudolf; BLUM, Werner; REISS, Kristina: *Vorschläge zur Ausbildung von Mathematiklehrerinnen und -lehrern für das Lehramt an Gymnasien in Deutschland*. <http://www.mathematik.de/ger/presse/pressemitteilungen/pdf/lehrer.pdf>, Zugriff: 26.07.2011.
- [Stewart 2004] STEWART, Ian: *Galois Theory*. 3. Aufl. Chapman & Hall\CRC, 2003.

- [Tapp 2005] TAPP, Christian: *Kardinalität und Kardinäle. Wissenschaftshistorische Aufarbeitung der Korrespondenz zwischen Georg Cantor und katholischen Theologen seiner Zeit*. Stuttgart: Franz Steiner Verlag, 2005.
- [Terhart 2000] TERHART, Ewald: *Perspektiven der Lehrerbildung in Deutschland. Abschlussbericht der von der Kultusministerkonferenz eingesetzten Kommission*. Weinheim u. a.: Beltz, 2000.
- [Terhart 2005] TERHART, Ewald: *Lehr-Lern-Methoden. Eine Einführung in Probleme der methodischen Organisation von Lehren und Lernen*. 4. Aufl. Weinheim u. a.: Juventa Verlag, 2005.
- [Thiele 1999] THIELE, Rüdiger: Antike. In: JAHNKE, Hans Niels (Hrsg.): *Geschichte der Analysis*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 1999, S. S. 5-42.
- [Tietze 1990] TIETZE, Uwe P.: Die Mathematiklehrer an der gymnasialen Oberstufe. Zur Erfassung berufsbezogener Kognitionen. In: *Journal für Mathematik-Didaktik* 11 (1990), Nr. 3, S. 177-243.
- [Tietze u. a. 2000] TIETZE, Uwe-P; KLIKA, Manfred; WOLPERS, Hans (Hrsg.): *Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II. Bd. 2: Didaktik der Analytischen Geometrie und Linearen Algebra*. Braunschweig u. a.: Vieweg, 2000.
- [Toeplitz 1927] TOEPLITZ, Otto: Das Problem der Universitätsvorlesungen über Infinitesimalrechnung und ihrer Abgrenzung gegenüber der Infinitesimalrechnung an höheren Schulen. In: *Jahresbericht der DMV* 36 (1927), S. 88-100.
- [Törner und Grigutsch 1994a] TÖRNER, Günter; GRIGUTSCH, Stefan: „Mathematische Weltbilder“ bei Studienanfängern – Quintessenz einer Erhebung. In: PICKERT, Günter; WEIDIG, Ingo (Hrsg.): *Mathematik erfahren und lehren. Festschrift für Hans-Joachim Vollrath*. Klett-Schulbuchverlag, 1994.
- [Törner und Grigutsch 1994b] TÖRNER, Günter; GRIGUTSCH, Stefan: „Mathematische Weltbilder“ bei Studienanfängern – eine Erhebung. In: *Journal für Mathematik-Didaktik* 15 (1994), Nr. 3/4, S. 211-251.
- [Volkert 1999] VOLKERT, Klaus: Das Haus der Vierecke – aber welches. In: *Der Mathematikunterricht* 45 (1999), Nr. 5, S. 17-37.
- [Waerden 1996] WAERDEN, Bartel L. van der: *Die Pythagoreer. Religiöse Bruderschaft und Schule der Wissenschaft*. Düsseldorf: Artemis & Winkler Verlag, 1996.
- [Wagenschein 1970] WAGENSCHHEIN, Martin: Der Aufbau des Bildes der Natur. In: WAGENSCHHEIN, Martin (Hrsg.): *Ursprüngliches Verstehen und exaktes Denken*. Bd. 1. 2. Aufl. Stuttgart: Ernst Klett Verlag, 1970.
- [Wagenschein 1980] WAGENSCHHEIN, Martin: Physikalismus und Sprache. In: SCHAEFER, Gerhard; LOCH, Werner (Hrsg.): *Kommunikative Grundlagen des naturwissenschaftlichen Unterrichts*. Weinheim u. a.: Beltz Verlag, 1980.
- [Weigand und Weth 2002] WEIGANG, Hans-Georg; WETH, Thomas: *Computer im Mathematikunterricht. Neue Wege zu alten Zielen*. Heidelberg u. a.: Spektrum Akademischer Verlag, 2002.
- [Winter 1985] WINTER, Heinrich: Neunerregel und Abakus – schieben, denken, rechnen. In: *Mathematik lehren* 11 (1985), S. 22-26.

- [Winter 1995] WINTER, Heinrich: Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. In: *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* 61 (1995), S. 37-46.
- [Winter 2002] WINTER, Martin: Über Verständigung zu Verständnis? – Was Gelegenheit zu Kommunikation in und über Mathematik bewirken kann. In: PREDIGER, Susanne; LENGNINK, Katja (Hrsg.): *Mathematik und Kommunikation*. Darmstadt: Verlag Allgemeine Wissenschaft, 2002, S. 3-17.
- [Wittenberg 1963] WITTENBERG, Alexander Israel: *Bildung und Mathematik. Mathematik als exemplarisches Gymnasialfach*. Stuttgart: Ernst Klett Verlag, 1963.
- [Wussing 2008] WUSSING, Hans: *6000 Jahre Mathematik. Eine kulturgeschichtliche Zeitreise*. Bd. 1 und 2. Berlin: Springer-Verlag, 2008.
- [Zhud 1997] ZHMUD, Leonid: *Wissenschaft, Philosophie und Religion im frühen Pythagoreismus*. Berlin: Akademie Verlag, 1997.