

also denselben Ausdruck wie vorher, der sich nur aus der Breite h und den drei Ordinaten zusammensetzt. Ist also n eine gerade Zahl, so bildet man diese Ausdrücke aus den Ordinaten $y_0, y_1, y_2; y_2, y_3, y_4; \dots; y_{n-2}, y_{n-1}, y_n$ und addiert alle; es ergibt sich für die Fläche F somit der vierte Näherungswert:

$$F \approx F_4 = \frac{h}{3} \left[y_0 + 4(y_1 + y_3 + y_5 + \dots + y_{n-1}) + 2(y_2 + y_4 + y_6 + \dots + y_{n-2}) + y_n \right].$$

Diese Formel heißt die *Simpsonsche Regel*¹⁾; sie läßt sich leicht in Worte kleiden. Der Leser führe das Beispiel von S. 31 weiter durch.

Da jedes bestimmte Integral als Flächeninhalt gedeutet werden kann, so enthalten die obigen Formeln zugleich Vorschriften zur näherungsweise Berechnung bestimmter Integrale.

ANHANG

AUFGABEN ZUR INTEGRALRECHNUNG

1. Stelle eine Tabelle von unbestimmten Integralen als Umkehrungen der Formeln der Differentialrechnung her.

Berechne:

$$2. \int_{-3}^{+3} x^2 dx; \quad \int_{-3}^{+3} \sqrt[3]{x} dx; \quad \int_{-a}^{+a} x^3 dx; \quad \int_a^b \sqrt[3]{7} dx.$$

$$3. \int (ax + b) dx; \quad \int 3(2ax + b)(ax^2 + bx + c)^2 dx.$$

$$4. \int \frac{ax + b}{\sqrt{ax^2 + 2bx + c}} dx.$$

$$5. \int_0^{\pi} a \cos(ax + b) dx; \quad \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{a}{\cos^2(ax + b)} dx.$$

$$6. \int \cos^2 x dx; \quad \int \cos^3 x dx; \quad \int \sin^4 x dx.$$

1) Thomas Simpson 1710—1761.

$$7. \int_2^5 \frac{dx}{x}; \quad \int_1^2 \frac{2x+7}{x^2+7x+5} dx; \quad \int_1^3 \frac{dx}{5x-3}.$$

$$8. \int \frac{dx}{(x-1)(x-2)(x-3)}.$$

9. Untersuche $\int_{x_1}^{x_2} \frac{\alpha x + \beta}{\gamma x + \delta} dx$ geometrisch, insbesondere im Falle $\alpha\delta - \beta\gamma = 0!$ (§ 14, I.)

$$10. \int x e^{-x^2} dx \quad 11. \int \lg x dx.$$

12. $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \arcsin x dx$ (trigonometrische Substitution und dann Teilintegration oder umgekehrt).

13. Bestimme den Grenzwert von $\frac{b^{n+1} - a^{n+1}}{n+1}$ für $n \rightarrow -1$

($0 < a < b$) unter Zuhilfenahme der Formel für $\int_a^b x^n dx$.

14. Berechne Oberfläche und Inhalt eines Rotationskegels.

15. Ermittle den Wert von

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} = \left[\arctan x \right]_0^1 = \frac{\pi}{4}$$

a) nach der Trapezformel,

b) nach der Simpsonschen Regel;

zerlege dazu die Strecke auf der x -Achse in 10 gleiche Teile und rechne auf 5 Stellen genau. Vergleiche die erhaltenen Werte mit dem Werte von $\frac{\pi}{4}$.

Teubners Naturwissenschaftliche Bibliothek

Die Sammlung will Lust und Liebe zur Natur wecken und fördern, indem sie in leichtfaßlicher Weise über die uns umgebenden Erscheinungen aufklärt und die Selbstthätigkeit anzuregen sucht, sei es durch bewußtes Schauen und sorgfältiges Beobachten in der freien Natur oder durch Anstellung von planmäßigen Versuchen daheim. Zugleich soll der Leser einen Einblick gewinnen in das Leben und Schaffen großer Forscher und Denker, durch Lebensbilder, die von Ausdauer, Geduld und Hingabe an eine große Sache sprechen. — Die mit zahlreichen Abbildungen geschmückten Bändchen, die auf einen geordneten Anfangsunterricht in der Schule aufgebaut sind, sind nicht nur für Schüler bestimmt, sie werden auch erwachsenen Naturfreunden, denen daran liegt, die in der Schule erworbenen Kenntnisse zu verwerthen und zu vertiefen — vor allem aber Studierenden und Lehrern — nützlich sein.

Serie A. Für reifere Schüler, Studierende und Naturfreunde.

Alle Bände sind reich illustriert und geschmackvoll gebunden.

- Große Physik.** Von Direktor Prof. Dr. Joh. Kieferstein. Mit 12 Bildnissen . . . M. 6.60
- Physikalisches Experimentierbuch.** V. Student. Prof. V. Rebenstoff. In 2 Theilen. I. Teil. 2. Aufl. Mit Abb. [U. d. Pr.] II. Teil. Mit 87 Abb. M. 4.60
- Chemisches Experimentierbuch.** Von Prof. Dr. Karl Scheid. In 2 Theilen. I. Teil. 4. Auflage. Mit 77 Abb. M. 4.—. II. Teil. Mit 51 Abb. M. 3.—
- An der Werkbank.** Von Prof. C. Scheidlen. Mit 110 Abbildungen und 44 Tafeln . . . M. 6.—
- Hervorragende Leistungen der Technik.** Von Prof. Dr. K. Schreiber. Mit 56 Abbildungen. M. 3.—
- Vom Einbaum zum Linienschiff.** Steineisüge auf dem Gebiete der Schifffahrt und des Seewesens. Von Ing. Karl Kadunz. Mit 90 Abbildungen. M. 3.—
- Die Luftschiffahrt.** Von Dr. A. Nimsführ. Mit 99 Abbildungen . . . M. 3.—
- Aus dem Luftmeer.** Von Oberl. M. Sassenfeld. Mit 40 Abbildungen . . . M. 3.—
- Himmelsbeobachtung mit bloßem Auge.** Von Oberlehrer Franz Ruch. 2. Aufl. Mit zahlreichen Figuren. [U. d. Pr. 1921.]
- An der See.** Geogr.-geologische Betrachtungen. Von Prof. Dr. P. Dahms. Mit 61 Abb. M. 3.—
- Rüstenwanderungen.** Biologische Ausflüge. Von Dr. V. Franz. Mit 92 Figuren . . . M. 3.—
- Geologisches Wanderbuch.** Von Dir. Prof. Dr. K. G. Volk. 2 Theile. I. Mit Abb. u. 1 Orientierungstafel. 2. Aufl. [U. d. Pr. 1921.] II. Mit 193 Abbildungen . . . M. 4.40
- Große Geographen.** Bilder aus der Geschichte der Erdkunde. Von Prof. Dr. Felix Lampe. Mit 6 Porträts, 4 Abb. und Kartenskizzen . . . M. 4.—
- Geographisches Wanderbuch.** Von Priv.-Doz. Dr. A. Berg. 2. Aufl. Mit 212 Abb. M. 8.—
- Anleitung zu photograph. Naturaufnahmen.** V. Lebr. G. E. S. Schuf. M. 41 photogr. Aufn. M. c. 60
- Vegetationschilderungen.** Von Prof. Dr. P. Gräbner. Mit 40 Abbildungen . . . M. 3.—
- Unsere Frühlingspflanzen.** Von Prof. Dr. Fr. Höd. Mit 76 Abbildungen . . . M. 3.—
- Große Biologen.** Bilder a. d. Geschichte d. Biologie. Von Prof. Dr. W. Maß. Mit 21 Bildnissen. M. 3.—
- Biologisches Experimentierbuch.** Anleitung z. selbst. Stud. d. Lebenserscheinung. f. jugendl. Naturfreunde. V. Prof. Dr. C. Schäfer. Mit 100 Abb. M. 6.60
- Insektenbiologie.** Von Prof. Dr. Chr. Schröder. [U. d. Presse 1921.]
- Erlebte Naturgeschichte.** (Schüler als Tierbeobachter.) Von Rektor C. Schmitt. 2. Aufl. Mit 35 Abb. Kart. . . . M. 6.60
- Das Leben unserer Vögel.** Von J. Thiene-mann. [In Vorbet.]

In Vorbereitung:

- Großdeutsche Industriebegründer.** Von C. Matkosh. — **Große Mathematiker.** Von C. Köfler.
Große Chemiker. Von D. Ohmann und K. Winderlich.

Serie B. Für jüngere Schüler und Naturfreunde.

- Physikalische Plaudereien für die Jugend.** Von Oberlehrer E. Wunder. Mit 15 Abb. Kart. M. 2.—
- Chemische Plaudereien für die Jugend.** Von Oberlehrer E. Wunder. Mit 5 Abb. Kart. M. 1.—
- Mein Handwerkszeug.** Von Prof. O. Freß. Mit 12 Abbildungen . . . Kart. M. 1.—
- Vom Tierleben in den Tropen.** Von Prof. Dr. K. Ouenther. Mit 7 Abbildungen. Kart. M. 1.—
- Versuche mit lebenden Pflanzen.** Von Dr. M. Dettli. Mit 7 Abbildungen. . . . Kart. M. 1.—
- Jungdeutschland im Gelände.** Unter Mitarbeit von E. Doernberger, K. Loeber, M. Sassenfeld, Chr. C. Silberhorn hsg. von Prof. Dr. Vastian Schmid. Mit 36 Abb. u. 8 Karten. Kart. M. 2.—. 10 Expl. u. mehr je 1.80 Pf., 25 Expl. u. mehr je 1.60 Pf., 50 Expl. u. mehr je 1.40 Pf., 100 Expl. u. mehr je 1.20 Pf.
- Auf sämtl. Preise Feuerungszuschlag des Verlags 120% (Abänderung vorbehalten) u. teilw. d. Buchhandl.

Verlag von B. G. Teubner in Leipzig und Berlin

Preise freibleibend