

---

# Symbolverzeichnis

$\mathbb{N}$	Menge der natürlichen Zahlen ohne die Null
$\mathbb{N}_0$	Menge der natürlichen Zahlen mit der Null
$\mathbb{Z}$	Menge der ganzen Zahlen
$\mathbb{Q}$	Menge der rationalen Zahlen
$\mathbb{R}$	Menge der reellen Zahlen
$\mathbb{C}$	Menge der komplexen Zahlen
$\vee$	Das logische „Oder“
$\wedge$	Das logische „Und“
$\subset$	Teilmenge von
$\cup$	Vereinigung
$\cap$	Durchschnitt
$\dot{\cup}$	Disjunkte Vereinigung
$:=$	ist definiert als
$\forall$	Für alle
$\exists$	Es existiert
$\exists!$	Es existiert genau ein
$ x $	Betrag der Zahl $x$
$\binom{n}{k}$	Binomialkoeffizient
$n!$	Fakultät
$\int_a^b f(x) dx$	Integral der Funktion $f$ über das Intervall $[a, b]$
$\bar{z}$	Konjugiert komplexe Zahl zu $z$
$\operatorname{Im}(z)$	Imaginärteil von $z$
$\operatorname{Re}(z)$	Realteil von $z$
$f'$	Ableitung von $f$
$\inf(A)$	Infimum von $A$
$\sup(A)$	Supremum von $A$
$\limsup$	Limes superior
$\liminf$	Limes inferior
$\delta_{ij}$	Kronecker-Delta
$\operatorname{sign}$	Vorzeichenfunktion
$\sum$	Summenzeichen

$\prod$	Produktzeichen
$\text{im}(f)$	Bild von $f$
$\text{ker}(f)$	Kern von $f$
O. B. d. A.	Dies bedeutet „Ohne Beschränkung der Allgemeinheit“.
Korollar	ist eine Folgerung aus einem Satz.
Lemma	ist ein Hilfssatz, den man zum Beweis eines anderen Satzes benötigt.

# Literatur

- [AE08] H. Amann und J. Escher. *Analysis I (Grundstudium Mathematik)*. 4. Aufl. Birkhäuser, Jan. 2008.
- [AZ03] M. Aigner und G. M. Ziegler. *Das Buch der Beweise: Buch über die Beweise für mathematische Sätze, z. B. Bertrandsches Postulat, Zwei-Quadrate-Satz von Fermat, Starrheitssatz von Cauchy, Borsuk-Vermutung, Satz von Turan*. 2. Aufl. Berlin: Springer, Sep. 2003.
- [Beh08] E. Behrends. *Analysis Band 1: Ein Lernbuch für den sanften Wechsel von der Schule zur Uni*. 4. Aufl. Vieweg und Teubner, Nov. 2008.
- [Beu03] A. Beutelspacher. *Lineare Algebra: Eine Einführung in die Wissenschaft der Vektoren, Abbildungen und Matrizen. Mit liebevollen Erklärungen, einleuchtenden Beispielen. . . Nutzen der Studierenden der ersten Semester*. 6. Aufl. Vieweg und Teubner, Sep. 2003.
- [Beu06] A. Beutelspacher. „Das ist o. B. d. A. trivial!“: *Eine Gebrauchsanleitung zur Formulierung mathematischer Gedanken mit vielen praktischen Tipps für Studierende der Mathematik und Informatik*. 8. überarb. Aufl. Vieweg und Teubner, Okt. 2006.
- [Bos08] A. Bosch. *Lineare Algebra*. 4. überarb. Aufl. Berlin: Springer, März 2008.
- [Fis08] G. Fischer. *Lineare Algebra: Eine Einführung für Studienanfänger*. 16. überarb. u. erw. Aufl. Vieweg+Teubner, Aug. 2008.
- [For08] O. Forster. *Analysis I: Differential- und Integralrechnung einer Veränderlichen*. 9. überarbeitete Aufl. Vieweg und Teubner, Jan. 2008.
- [Fri08] K. Fritzsche. *Grundkurs Analysis 1: Differentiation und Integration in einer Veränderlichen*. 2. Aufl. Spektrum Akademischer Verlag, Juli 2008.
- [Fur95a] P. Furlan. *Das Gelbe Rechenbuch 1: für Ingenieure, Naturwissenschaftler und Mathematiker: Bd 1*. Verlag Martina Furlan, Sep. 1995.
- [Fur95b] P. Furlan. *Das Gelbe Rechenbuch 2: für Ingenieure, Naturwissenschaftler und Mathematiker: Bd 2*. Verlag Martina Furlan, Sep. 1995.
- [Fur95c] P. Furlan. *Das Gelbe Rechenbuch 3: für Ingenieure, Naturwissenschaftler und Mathematiker: Bd 3*. Verlag Martina Furlan, Sep. 1995.
- [Her07] N. Herrmann. *Mathematik ist überall*. 3. korr. Aufl. Oldenbourg, Jan. 2007.
- [Heu09] H. Heuser. *Lehrbuch der Analysis. Teil 1*. 17. durchges. Aufl. Vieweg und Teubner, Feb. 2009.
- [Koea] A. Koehler. *Ein paar Integrale*. url: <http://matheplanet.com/matheplanet/nuke/html/article.php?sid=455>.
- [Koeb] A. Koehler. *Reihen*. url: <http://www.matheplanet.com/matheplanet/nuke/html/article.php?sid=732> (besucht am 28. 07. 2009).
- [LB] T. Leise und K. Bryan. *The \$25,000,000,000 EIGENVECTOR THE LINEAR ALGEBRA BEHIND GOOGLE*. url: <http://www.rose-hulman.edu/~bryan/googleFinalVersionFixed.pdf> (besucht am 28. 07. 2009).

- [MK11] F. Modler und M. Kreh. *Tutorium Analysis 2 und Lineare Algebra 2*. 2. Aufl. Spektrum Akademischer Verlag, Okt. 2011.
- [MK13] F. Modler und M. Kreh. *Tutorium Algebra*. 1. Aufl. Springer Spektrum, 2013.
- [ML] F. Modler und G Lauenstein. *Analysis I – Teil 1: Einführung und Grundlagen*. <http://www.matheplanet.com/matheplanet/nuke/html/article.php?sid=1165> (besucht am 28. 07. 2009).
- [Spe05] Spezial. *Unendlich (plus eins)*. Spektrum der Wissenschaft, 2005.
- [Tim96] S. Timmann. *Repetitorium der Analysis Teil 1*. 2. Aufl. Binomi Verlag, Mai 1996.
- [Wil97] D. Wille. *Repetitorium der Linearen Algebra Teil 1*. 2. Aufl. Binomi Verlag, Jan. 1997.
- [Woh] M. Wohlgemuth. *Lineare Algebra für Dummies*. url: <http://www.mathe-online.at/materialien/matroid/files/lafd1.pdf> (besucht am 28. 07. 2009).
- [Woh09] M. Wohlgemuth, Hrsg. *Mathematisch für Anfänger*. Spektrum Akademischer Verlag, Okt. 2009.

# Index

## A

- Abbildung, 33
  - bijektiv, 33
  - Einschränkung, 34
  - injektiv, 33
  - Komposition, 34
  - surjektiv, 33
  - Umkehrabbildung, 34
- Ableitungsregeln, 206
  - Kettenregel, 206
  - Produktregel, 206
  - Quotientenregel, 206
  - Summenregel, 206
- Absolut konvergent, 145
- abzählbar, 16
- Additionstheoreme, 157
- Adjunkte, 287
- allgemeine Potenz, 147
- Angeordneter Körper, 109
- Anordnungsaxiome, 109
  - Folgerungen, 110
  - größer, 110
  - größergleich, 110
  - kleinergleich, 110
- Äquivalenz, 4
- Äquivalenzklasse, 35
- Äquivalenzrelation, 35
- Aussage, 3
- Aussagenlogik, 70
- Austauschlemma, 337
- Austauschsatz, 338
- Automorphismus, 94, 384

## B

- Basis, 335–338
- Basisauswahlsatz, 337
- Basisergänzungssatz, 338

Basiswechselsatz, 358

Bernoullische Ungleichung, 79

verallgemeinert, 84

Beschränktheit, 120

bestimmt divergent, 120

Betrag, 110

Betragsfunktion, 221

Beweistechniken, 67

direkt, 67

indirekt, 67

vollständige Induktion, 68

Bijektivität, 33

Bild, 33

Binomialkoeffizient, 52, 73

Binomischer Lehrsatz, 82

Blockmatrix, 316

Bolzano-Weierstraß, 123

## C

Cantor, 19

Cauchy-Hadamard, 156

Cauchy-Kriterium, 148

Cauchy-Produkt, 153

Cayley-Hamilton, 421

charakteristische Funktion, 34

Charakteristisches Polynom, 418, 419

Collatz-Folge, 127

Cramersche Regel, 290

## D

de L'Hospital, 211

Determinante, 401

Eindeutigkeit, 402

Existenz, 402

Laplace-Entwicklungssatz, 404

Leibniz-Formel, 404

Rechenregeln, 402

- Diagonalisierbarkeit, 417  
 Diagonalisieren  
   Algebraische Vielfachheit, 418  
   Charakteristisches Polynom, 418, 419  
   Eigenraum, 418  
   Eigenvektor, 417, 418  
   Eigenwert, 417, 419  
   Geometrische Vielfachheit, 418  
   Kriterium, 420  
 Differenzenquotient, 204  
 Differenzierbarkeit, 203  
   Ableitungsregeln, 206  
   de L'Hospital, 211  
   Differenzenquotient, 204  
   höhere Ableitungen, 204  
   Mittelwertsatz, 209  
   Satz von Rolle, 210  
   Taylorreihe, 205  
 Dimension, 335, 338  
 Dimensionsformel, 359  
 Dimensionssatz, 359  
 Direkter Beweis, 67  
 Disjunkte Zerlegung, 37  
 Disjunktion, 3  
 Dreiecksungleichung, 111  
   verallgemeinert, 86  
 Duale Basis, 357  
 Dualraum, 357, 358  
 Durchschnitt, 14
- E**
- Eigenraum, 418  
 Eigenvektor, 417, 418  
 Eigenwert, 417, 419  
 Einheitsmatrix, 286  
 Element, 13  
 Elementarmatrizen, 315, 317  
 Endomorphismus, 94, 384  
 Entwicklungspunkt, 145  
 Epimorphismus, 94, 383  
 Erzeugendensystem, 335  
 Erzeugnis, 334  
 Eulersche Zahl, 147  
 Exponentialfunktion, 147  
   Eigenschaften, 154  
   Funktionalgleichung, 153  
 Exponentialreihe, 146  
   Konvergenz, 152  
 Extrempunkt, 204, 209
- F**
- Fakultät, 51, 73  
 Fehlstand, 391
- Fibonacci-Folge, 139  
 Folge, 119  
   Beschränktheit, 120  
   bestimmt divergent, 120  
   Bolzano-Weierstraß, 123  
   Cauchy, 121  
   Cauchy-Folge, 121  
   Collatz, 127  
   endliche, 119  
   Häufungspunkt, 121  
   Konvergenz, 119, 120  
   Monotonie, 120  
   reelle, 119  
   Teilfolge, 120  
   uneigentlich konvergent, 120  
 Folgenkonvergenz, 119  
 Funktion, 33  
 Funktionalgleichung, 153, 155  
 Funktionenfolge, 263  
   gleichmäßig konvergent, 264  
   punktweise konvergent, 263
- G**
- Ganze Zahlen, 49  
 geometrische Folge, 143  
 Geometrische Reihe, 161  
 Geometrische Summenformel, 85  
 Gleichmächtigkeit, 16  
 Gleichmäßige Konvergenz, 264  
 Gleichungssystem  
   Lösbarkeit, 290  
   Zeilenoperationen, 283  
 Grenzwert, 177  
   linksseitig, 177  
   rechtsseitig, 177  
 Grenzwertsätze, 122  
 Gruppe, 91, 317  
   abelsch, 91  
   Gruppenhomomorphismus, 92, 95, 385  
   Untergruppe, 92  
   Untergruppenkriterium, 95  
 Gruppenhomomorphismus, 92, 95, 385  
   Bild, 92  
   Kern, 92
- H**
- Harmonische Reihe, 160  
 Häufungspunkt, 121  
 Hilbert-Hotel, 28  
 Hochpunkt, 204  
 Höhere Ableitungen, 204  
 Homomorphismus, 383

**I**

Identität, 34  
 Imaginäre Einheit, 50  
 Implikation, 4  
 Indirekter Beweis, 67  
 Infimum, 15  
 Injektivität, 33  
 Integrale  
   Hauptsatz, 238  
   Integraldefinition, 231  
   Linearität, 234  
   Mittelwertsatz, 237  
   Ober- und Unterintegral, 232  
   Riemann-Integral, 232  
   Stammfunktion, 232  
   Treppenfunktion, 231  
   unbestimmt, 232, 235  
   uneigentlich, 233  
 Integral-Restglied, 206  
 Integralvergleichskriterium, 151  
 Integrationstechniken  
   Partialbruchzerlegung, 241  
   partielle Integration, 239  
   Substitution, 241  
 Intervall, 16, 110  
 Intervallschachtelung, 110  
 Invertierbarkeit, 316  
 Isomorphismus, 94, 384

**J**

Junktoren, 3

**K**

Kartesisches Produkt, 15  
 Kästchensatz, 404  
 Kettenregel, 206  
 Komplex Konjugiertes, 50  
 Komplexe Zahlen, 50  
   Absolutbetrag, 50  
   Betrag, 51  
   imaginäre Einheit, 50  
   Imaginärteil, 50  
   komplex Konjugierte, 50  
   Polarkoordinaten, 51  
   Realteil, 50  
 Komposition, 34  
 Konjunktion, 3  
 Konvergenz, 119  
 Konvergenzkriterien  
   Cauchy, 148  
   Integralvergleichskriterium, 151  
   Leibniz, 148  
   Majorantenkriterium, 149

Minorantenkriterium, 149  
 Quotientenkriterium, 150  
 Triviale Kriterium, 148  
 Vergleichskriterium, 152  
 Wurzelkriterium, 150  
 Konvergenzradius, 146  
 Körper, 93  
   angeordnet, 109  
   Körperhomomorphismus, 94, 95  
   vollständig, 110  
 Kosinus, 147  
 Kosinus hyperbolicus, 234, 239  
 Kritischer Punkt, 205  
 Kronecker-Delta, 286

**L**

Lagrange-Restglied, 206  
 Laplace-Entwicklungssatz, 404  
 Leibniz-Formel, 404  
 Leibniz-Regel, 206  
 Limes inferior, 121  
 Limes superior, 121  
 Lineare Abbildung, 355  
   Bild, 356  
   Darstellungsmatrix, 356  
   Dimensionsformel, 359  
   Dimensionssatz, 359  
   Duale Basis, 357  
   Dualraum, 357, 358  
   Kern, 355  
   Transformationsmatrix, 356  
 Lineares Gleichungssystem, 283  
   Struktursatz, 289  
 Linearformen, 357  
 Linearkombination, 334  
 Logarithmusfunktion, 155  
   Eigenschaften, 156  
 Lösbarkeit Gleichungssysteme, 290

**M**

Mächtigkeit, 16  
 Mächtigkeit der Potenzmenge, 17  
 Majorantenkriterium, 149  
 Matrix, 284, 316  
   Rang, 285  
 Matrizen  
   adjungiert, 316  
   ähnlich, 316  
   Bild, 356  
   Darstellungsmatrix, 356  
   Einheitsmatrix, 286  
   Elementarmatrizen, 315, 317  
   invertierbar, 287, 289

- Kern, 356
- normalisierte Zeilenstufenform, 285, 288
- orthogonal, 316
- positiv definit, 316
- Rechenregeln, 286
- Ring, 317
- schiefssymmetrisch, 316
- speziell, 316
- symmetrisch, 316
- Transformationsmatrix, 356, 358
- transponiert, 316
- Matrizen
  - unitar, 316
  - Zeilenstufenform, 285
- Maximum, 16, 204
- Menge, 13
  - Differenz, 14
  - Durchschnitt, 14
  - Mengenlehre, 72
  - Potenzmenge, 15
  - Symmetrische Differenz, 14
  - Vereinigung, 14
- Minimum, 16, 204
- Minorantenkriterium, 149
- Mittelwertsatz, 209
- Monomorphismus, 94, 383
- Morphismen
  - Automorphismus, 94, 384
  - Eigenschaften, 384
  - Endomorphismus, 94, 384
  - Epimorphismus, 94, 383
  - Gruppenhomomorphismus, 95, 385, 403
  - Homomorphismus, 383
  - Isomorphismus, 94, 384
  - Körperhomomorphismus, 94, 95
  - Monomorphismus, 94, 383
  - Ringhomomorphismus, 93, 95, 385
- N
- Natürliche Zahlen, 49
- Negation, 3
- Normalisierte Zeilenstufenform, 285, 288
- O
- Oberintegral, 232
- P
- Partialbruchzerlegung, 241
- Partielle Integration, 239
- Pascalsches Dreieck, 74
- Permutation, 391
  - Darstellung, 392
  - Fehlstand, 391
  - Signum, 391, 393
- Transposition, 391
- Potenz, 52
- Potenzgesetze, 56
- Potenzmenge, 15
- Potenzreihe, 145, 211
  - Cauchy-Hadamard, 156
  - Entwicklungspunkt, 145
  - Euler, 156
  - Konvergenzintervall, 146
  - Konvergenzradius, 146
- Primzahlen, 76
- Produktregel, 206
- Produktzeichen, 51
- Punktweise Konvergenz, 263
- Q
- Quantoren, 4
- Quetschlemma, 126
- Quotientenkriterium, 150
- Quotientenraum, 35
- Quotientenregel, 206
- R
- Rang, 285
- Rationale Zahlen, 49
- Reelle Zahlen, 50
  - Eindeutigkeit, 112
  - Existenz, 112
- Reflexivität, 35
- Reihe, 145
  - absolut konvergent, 145
  - Additionstheoreme, 157
  - Cauchy-Kriterium, 148
  - Cauchy-Produkt, 153
  - Exponentialreihe, 146
  - Integralvergleichskriterium, 151
  - Kosinus, 147
  - Leibnizkriterium, 148
  - Majorantenkriterium, 149
  - Minorantenkriterium, 149
  - Potenzreihe, 145
  - Quotientenkriterium, 150
  - Sinus, 147
  - Triviale Kriterium, 148
  - Vergleichskriterium, 152
  - Wurzelkriterium, 150
- Relation, 34
  - Äquivalenzrelation, 35
  - reflexiv, 35
  - symmetrisch, 35
  - transitiv, 35
- Restglied, 206
  - Integralrestglied, 206



- Lagrange, 206  
 Riemann-Integral, 232  
 Ring, 92, 317  
   Ringhomomorphismus, 93, 95, 385  
 Ringhomomorphismus, 95  
 Rolle, 210
- S**
- Sandwichlemma, 126  
 Satz  
   Cantor, 19  
   Hauptsatz der Differential- und  
     Integralrechnung, 238  
   Satz von Archimedes, 112  
   von Bolzano- Weierstraß, 123  
   von Cayley-Hamilton, 421  
   von Rolle, 210  
 Schranke, 15  
   obere Schranke, 15  
   untere Schranke, 15  
 Signum, 110, 391, 393  
 Sinus, 147  
 Sinus hyperbolicus, 234, 239  
 Span, 334  
 Stammfunktion, 232  
 Stetigkeit  
   gleichmäßig, 178  
    $\alpha$ -Hölder, 179  
   Lipschitz, 179  
   punktweise, 178  
   Zwischenwertsatz, 180  
 Stirlingsche Formel, 159  
 Substitutionsregel, 241  
 Summenregel, 206  
 Summenzeichen, 51  
 Supremum, 15  
 Surjektivität, 33  
 Symmetrie, 35  
 Symmetrische Differenz, 14
- T**
- Tangens  
   Additionstheorem, 158  
 Taylorreihe, 205  
   Entwicklungspunkt, 205  
   Restglied, 206  
 Teilfolge, 120  
 Teilmenge, 13  
 Teleskopsumme, 161, 168  
 Tiefpunkt, 204  
 Transformationsmatrix, 358  
 Transitivität, 35  
 Transposition, 391
- Treppenfunktion, 231  
 Triviale Kriterium, 148
- U**
- überabzählbar, 16  
 Umkehrabbildung, 34  
 Unbestimmtes Integral, 232  
 uneigentlich konvergent, 120  
 Uneigentliche Integrale, 233  
 Untergruppe, 92  
 Untergruppenkriterium, 95  
 Unterintegral, 232  
 Untervektorraum, 334, 338  
 Urbild, 33
- V**
- Vektor, 333  
   linear unabhängig, 335  
   Linearkombination, 334  
 Vektorraum, 333  
   Basis, 335–338  
   Dimension, 335  
   endlich erzeugt, 335  
   Erzeugendensystem, 335  
   Erzeugnis, 334  
   Span, 334  
   Untervektorraum, 334, 338  
   Vektor, 333  
 Verallgemeinerte Bernoullische Ungleichung,  
   84  
 Verallgemeinerte Dreiecksungleichung, 86  
 Vereinigung, 14  
 Vergleichskriterium, 152  
 Vielfachheit  
   algebraisch, 418  
 Vielfachheit geometrisch, 418  
 Vollständige Induktion, 68  
   Bernoullische Ungleichung, 79  
   Binomischer Lehrsatz, 82  
   falscher Induktionsschritt, 88  
   Geometrische Summenformel, 85  
   ohne Induktionsanfang, 89  
   Verallgemeinerte Dreiecksungleichung, 86  
   Verallgemeinerter Bernoullische  
     Ungleichung, 84  
 Vollständiger Körper, 110
- W**
- Wahrheitsgehalt, 3  
 Weierstraß-Konvergenzkriterium, 265  
 Wendepunkt, 205  
 Widerspruchsbeweis, 67  
 Wurzel, 113  
   Eindeutigkeit, 113

Existenz, 113  
Wurzelkriterium, 150

**Z**

Zahlen, 49, 50  
ganze, 49

komplexe, 50  
natürliche, 49  
rationale, 49  
reelle, 50  
Zeilenstufenform, 285  
Zwischenwertsatz, 180



# Willkommen zu den Springer Alerts

Jetzt  
anmelden!

- Unser Neuerscheinungs-Service für Sie:  
aktuell \*\*\* kostenlos \*\*\* passgenau \*\*\* flexibel

Springer veröffentlicht mehr als 5.500 wissenschaftliche Bücher jährlich in gedruckter Form. Mehr als 2.200 englischsprachige Zeitschriften und mehr als 120.000 eBooks und Referenzwerke sind auf unserer Online Plattform SpringerLink verfügbar. Seit seiner Gründung 1842 arbeitet Springer weltweit mit den hervorragendsten und anerkanntesten Wissenschaftlern zusammen, eine Partnerschaft, die auf Offenheit und gegenseitigem Vertrauen beruht.

Die SpringerAlerts sind der beste Weg, um über Neuentwicklungen im eigenen Fachgebiet auf dem Laufenden zu sein. Sie sind der/die Erste, der/der über neu erschienene Bücher informiert ist oder das Inhaltsverzeichnis des neuesten Zeitschriftenheftes erhält. Unser Service ist kostenlos, schnell und vor allem flexibel. Passen Sie die SpringerAlerts genau an Ihre Interessen und Ihren Bedarf an, um nur diejenigen Information zu erhalten, die Sie wirklich benötigen.

Mehr Infos unter: [springer.com/alert](http://springer.com/alert)