

Liste von Symbolen und Abkürzungen

\forall, \exists	für alle, es existiert
\vee, \wedge	und (Konjunktion) bzw. oder (Disjunktion)
\cap, \cup	Durchschnitt bzw. Vereinigung von Mengen
\implies, \iff	daraus folgt bzw. Äquivalenz
$K_\rho(x), \overline{K}_\rho(x)$	offene Kugel bzw. abgeschlossene Kugel um x mit Radius ρ
$(a, b), [a, b], [a, b)$	offenes, abgeschlossenes, halboffenes Intervall in \mathbb{R}
$[a, b]_h, [a, b]'_h, [a, b]_h^0$	Gitterpunktmengen
Δ	(nicht notwendig äquidistante) Unterteilung eines Intervalls $[a, b]$
\mathbb{N}_0	$\mathbb{N} \cup \{0\}$
\mathbb{K}	$\mathbb{K} = \mathbb{R}$ oder $\mathbb{K} = \mathbb{C}$
\mathbb{R}^+	$\{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$
\mathbb{R}_h^n	äquidistantes Gitter in \mathbb{R}^n
ab (auch: $a \cdot b$)	für die Multiplikation von Zahlen
$a \ll b, a \approx b$	a klein gegenüber b , a ungefähr gleich b
$f \sim g (x \rightarrow \infty)$	g asymptotische Entwicklung von f
$\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty}$	Limes superior
$ x, G $	Distanzfunktion $\inf_{y \in G} x - y $ für $x \in \mathbb{R}, G \subset \mathbb{R}$
$ x, M $ (für $M \subset E$)	Abstandsfunktion für Teilräume M eines norm. Raumes E
$[f(x)]_a^b$ (auch: $f(x) _a^b$)	$= f(b) - f(a)$
$\underline{x}, \underline{x}^\top$ (auch: x bzw. x^\top)	Vektor (x_1, \dots, x_n) bzw. Spaltenvektor in \mathbb{K}^n
$\underline{x}\underline{z}$	Verbindungsstrecke zwischen \underline{x} und \underline{z} im \mathbb{R}^n
$\ x\ _p, \ x\ _\infty$	Normen auf \mathbb{K}^n
$\ x\ _2$ (auch: $\ x\ $), $\langle x, y \rangle$	euklidische Norm bzw. euklidisches Skalarprodukt in \mathbb{K}^n
$x \geq 0$ für $x \in \mathbb{R}^n$	$x_k \geq 0 \forall k$
M^\perp	orthogonales Komplement eines Teilraums $M \subset \mathbb{R}^n$ (s. Aufg. 79)
$\overline{G}, \partial G$	Abschluss bzw. Rand von $G \subset \mathbb{R}^n$

$[v_1, \dots, v_k]$	lineare Hülle von $v_\nu \in \mathbb{K}^n$
$\mathbb{K}^{m,n}$ (auch: $\mathbb{K}^{m \times n}$)	Raum der Matrizen mit m Zeilen und n Spalten
E	Einheitsmatrix in \mathbb{R}^n
A^*, A^\top	Adjungierte bzw. Transponierte einer Matrix $A \in \mathbb{K}^{n,m}$
A^\dagger	Matrix-Pseudoinverse ($\in \mathbb{K}^{m,n}$) für $A \in \mathbb{K}^{n,m}$
$D(A), R(A)$	Definitionsbereich bzw. Bild einer Matrix A (oder Abb. A)
$N(A)$ (auch: $\ker(A)$)	Nullraum (oder Kern) einer Matrix A
$N_1 \oplus N_2$	direkte Summe linearer Teilräume
$\operatorname{rg}(A)$	Rang von A , i. e. Dimension von $R(A)$
$\ A\ _{\text{nat}}$	natürliche Matrixnorm (s. Aufg. 40)
$\ A\ _1, \ A\ _\infty, \ A\ _G$	Matrixnormen (s. Aufg. 41)
$\mu_\nu[A], \nu = 1, 2, \infty$	logarithmische Matrixnorm (zur Norm $\ \cdot\ _\nu$) (s. Aufg. 94)
$\rho(A), \ A\ _S$	Spektralradius, Spektralnorm einer Matrix A
$\langle x, y \rangle_A, \ x\ _A$	A -Skalarprodukt bzw. A -Norm (für positive definites A)
$\rho_A(\cdot)$	Rayleigh-Quotient (s. Aufg. 74)
$\kappa(A)$	Konditionszahl einer regulären Matrix (s. Aufg. 49)
$\{(\sigma_j; e^{(j)}, f^{(j)})\}_{j \in J}$	singuläres System (s. Aufg. 82)
$C[a, b]$ (auch: $C^0[a, b]$)	Raum der stetigen Funktionen auf $[a, b]$
$C(X, \mathbb{R})$	Raum der reellwertigen, stetigen Funktionen auf X
$C^m([a, b], \mathbb{R})$ (oder $C^m([a, b])$) oder $C^m[a, b]$ od. C^m)	Raum der m -mal stetig differenzierbaren, reellwertigen Funktionen
$C_0^\infty(0, 1)$	Raum der beliebig oft differenzierbaren Funktionen auf $(0, 1)$, die mit allen ihren Ableitungen am Rand verschwinden
$\ u\ _\infty$ (oder $\ u\ _{0,\infty}$)	Maximumnorm für Funktionen aus $C[a, b]$ oder $C[a, b]_h$
$G_\rho(u) (\subset [a, b] \times \mathbb{R})$	Streifen um Funktion $u \in C[a, b]$ (s. Aufg. 85)
$L^p(G)$	Raum der Funktionen f , für die $ f ^p$ Lebesgue-integrierbar ist
\mathcal{P}_r (auch: $\mathcal{P}_r(\mathbb{R}^n)$)	Vektorraum der Polynome höchstens r -ten Grades in n reellen Veränderlichen
$\mathcal{Q}_r(\mathbb{R}^n)$	Vektorraum der Polynome mit maximalem Polynomgrad r pro Variable (vgl. Aufg. 128)
$\mathcal{P}_r^s(\Delta)$	Raum der stückweise polynomialen Funktionen über einer Unterteilung Δ eines Intervalls $[a, b]$ mit Stetigkeitsbedingungen an den Gitterpunkten
$W^{m,p}(\Omega) H_0^1(\Omega) H^1(\Omega)$	Sobolev-Räume (für $\Omega \subset \mathbb{R}^n$)

$\ \cdot\ _{m,p}, \cdot _{m,p}$	zugehörige Normen bzw. Halbnormen (auch: $\ \cdot\ _p = \ \cdot\ _{0,p}$)
$\ \cdot\ _m, \cdot _m$	$= \ \cdot\ _{m,2}$ bzw. $ \cdot _{m,2}$ (auch für $C^m[a, b]$)
$(\cdot, \cdot)_{0,2}$ (auch: (\cdot, \cdot))	L^2 -Skalarprodukt
$(\cdot, \cdot)_{v,h}, v = 0, 1$	Skalarprodukte für Gitterfunktionen (s. Aufg. 136)
$ \cdot , \cdot _E$	weitere Norm bzw. Halbnorm für linearen Raum E
$\Delta^k y_j$	k -te vorwärtsgenommene Differenz (s. Aufg. 20 u. 21)
$D^s f_j$	Differenzenquotienten höherer Ordnung (s. Aufg. 27)
D_h^+	vorwärtsgenommener Differenzenquotient 1. Ordg. (in 1-D)
$\delta_x, \delta_x^2, \delta_y, \delta_y^2, \delta_t, \delta_t^2$ (in 1-dim.: auch δ_h^2)	zentraler Differenzenquotient erster und zweiter Ordnung in x - bzw. y - bzw. t -Richtung
$D_{j,h}^+$ bzw. $D_{j,h}^-$	vorwärtsgenommener bzw. rückwärtsgenommener Differenzenquotient 1. Ordnung in x_j -Richtung
δ_j^2	zentraler Differenzenquotient 2. Ordnung in x_j -Richtung
τ_h	Abschneidefehler
$h, \Delta t$	Schrittweiten in Orts- bzw. Zeitrichtung
$q = \frac{\Delta t}{h}$ oder $q = \frac{\Delta t}{h^2}$	Schrittweitenverhältnisse
$y[x_j, \dots, x_{j+k}], f[x_j, \dots, x_{j+k}]$	dividierte Differenzen
$p_{0,\dots,m}$ (auch: $p_{0,\dots,m}^f$)	Interpolationspolynom
$Q(f)$	Quadraturformel
$S(f), T(f)$	summierte Sehnentrapez- bzw. Tangententrapezformel
$\nabla f = (\partial f / \partial x_i)_i^\top$	Gradient (auch: grad) einer Funktion $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$
$f' = (\partial f_i / \partial x_j)_{ij}$	Funktionalmatrix (oder Jacobi-Matrix) einer Funktion $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$
$H_F = (\partial^2 F / \partial x_i \partial x_j)_{ij}$	Hesse-Matrix einer Funktion $F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ (auch: H)
Δ, Δ_h	Laplace- bzw. diskreter Laplace-Operator (s. Aufg. 134 und Aufg. 136)
D_k^v	partielle Ableitung $\partial^v / \partial x_k^v$
$R_0(z)$	Stabilitätsfunktion eines ESV
$\rho(z), \sigma(z) (z \in \mathbb{C})$	Polynome zur Definition eines linearen MSV
$\varphi_\mu(z) = \rho(z) - \mu\sigma(z)$	Stabilitätspolynom eines linearen MSV
$S_h^{(\ell)}, \ell = 0, 1$	charakteristische Matrizen eines 1-Stufen-Verfahrens (s. z. B. Aufg. 142)
$S_h(\cdot)$	$= (S_h^{(0)})^{-1} S_h^{(1)}$ allgemeine Verstärkungsmatrix
$S_{h,m}$	$= S_h(mh)$ Verstärkungsmatrizen eines 1-Stufen-Verfahrens

AWP, ARWP, RWP	Anfangswertproblem, Anfangsrandwertproblem bzw. Randwertproblem
C.-S.	Cauchy-Schwarz'sche Ungleichung
ESV bzw. MSV	Einschrittverfahren bzw. Mehrschrittverfahren
FEM	Methode der Finiten Elemente
FS	Fundamentalsystem
Hölder	Höldersche Ungleichung
i	imaginäre Einheit
I. A., I. V., I. S.	Induktionsanfang, -voraussetzung, -schluss
l. u.	linear unabhängig
MWS	Mittelwertsatz
$O(\cdot)$, $o(\cdot)$	Landausche Symbole
ONB	Orthonormalbasis
p.I.	partielle Integration
s. o.	siehe oben
Re bzw. Im	Real- bzw. Imaginärteil einer komplexen Zahl
Δ -Ungl.	Dreiecksungleichung
Z. z.	Zu zeigen

Literatur

1. Braun, M.: Differential Equations and Their Applications. Springer, New York (1983)
2. Ciarlet, P., G.: The Finite Element Method for Elliptic Problems. North-Holland, Amsterdam (1978)
3. Großmann, Ch., Roos, H.-G.: Numerische Behandlung partieller Differentialgleichungen. Teubner, Stuttgart (2005)
4. Hanke-Bourgeois, M.: Grundlagen der Numerischen Mathematik und des Wissenschaftlichen Rechnens. Teubner, Stuttgart (2002)
5. Hairer, E., Norsett, S. P., Wanner, G.: Solving Ordinary Differential Equations I: Nonstiff Problems. Springer, Heidelberg (2009)
6. Hairer, Wanner, G.: Solving Ordinary Differential Equations II: Stiff and Differential-Algebraic Problems. Springer, Heidelberg (2010)
7. Heuser, H.: Lehrbuch der Analysis, Teil 1. Vieweg + Teubner, Wiesbaden (2009)
8. Heuser, H.: Lehrbuch der Analysis, Teil 2. Vieweg + Teubner, Wiesbaden (2008)
9. Johnson, C.: Numerical Solution of Partial Differential Equations by the Finite Element Method. Cambridge Univ. Press, Cambridge (1987)
10. Kantorowitsch, L. W., Akilow, G. P.: Funktionalanalysis in normierten Räumen. Akademie-Verlag, Berlin (1964)
11. Knabner, P., Barth, W.: Lineare Algebra: Grundlagen und Anwendungen. Springer, Heidelberg (2013)
12. Meis, T., Marcowitz, U.: Numerical Solution of Partial Differential Equations. Applied Math. Sc. Vol. 32. Springer, New York (1981)
13. Mitchell, A. R.: Computational Methods in Partial Differential Equations. Wiley, New York (1969)
14. Opfer, G.: Numerische Mathematik für Anfänger. Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden (1994)
15. Plato, R.: Numerische Mathematik kompakt. Vieweg, Braunschweig (2000)
16. Plato, R.: Übungsbuch zur Numerischen Mathematik. Vieweg, Braunschweig (2004)
17. Reinhardt, H.-J.: Analysis of Approximation Methods for Differential and Integral Equations. Applied Math. Sc. Vol. 57. Springer, New York (1985)
18. Reinhardt, H.-J.: Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen. Anfangs- u. Randwertprobleme. (2.Aufl.) De Gruyter, Berlin (2012)
19. Reinhardt, H.-J.: Aufgabensammlung Analysis 1. Springer Spektrum, Heidelberg (2016)
20. Reinhardt, H.-J.: Aufgabensammlung Analysis 2, Funktionalanalysis und Differentialgleichungen. Springer Spektrum, Heidelberg (2017)
21. Rieder, A.: Keine Probleme mit Inversen Problemen. Vieweg, Wiesbaden (2003)
22. Schwarz, H. G.: Methode der finiten Elemente. Teubner, Stuttgart (1984).
23. Stummel, F., Hainer, K.: Praktische Mathematik. Teubner, Stuttgart (1982)
24. Walter, W.: Analysis 1. Springer, Berlin/Heidelberg (2004)

Sachverzeichnis

9-Punkte-Approximation
der Laplace-Gleichung, 255

A

Abschneidefehler, 152, 286, 288
Abstand
von einer Geraden, 97
Adams–Moulton-Verfahren, 186
Approximation
interpolatorische, 226
stetige, stückweise lineare, 224
lineare interpolatorische, 224
Äquivalenz
von Matrixnormen, 64, 67
von Normen, 217
A-Stabilität, 168, 169, 171
asymptotische Entwicklung, 6
Ausgleichsgerade, 92, 94

B

baryzentrische Koordinaten, 240
Bernoullische Polynome, 10
Besselsche Differentialgleichung, 196
Brouwerscher Fixpunktsatz, 124

C

Charakteristikenverfahren, 296
Courant-Friedrichs-Lewy-Bedingung, 295
Crank-Nicolson-Verfahren, 151, 272

D

Dachfunktionen, 221
Determinante, 83
Differentialgleichungen
steife, 176
Differenzen
dividierte, 27, 38

Differenzenapproximation, 191, 196, 226
der Laplace-Gleichung, 253, 264
für die Poisson-Gleichung, 258
für Randwertproblem 2. Art, 202
für Randwertproblem 3. Art, 204

Differenzgleichungen, 187, 189

Differenzenquotienten
höherer Genauigkeit, 36
höherer Ordnung, 37
in $Q_2(\mathbb{R}^2)$, 246

Differenzenverfahren
implizites, 286
mit zentralen Differenzen, 278

Dimension
von $Q_r(\mathbb{R}^2)$, 242

Diskrete harmonische Analyse, 102, 105

Divergenz
des Gesamtschrittverfahrens, 112

dividierten Differenzen, 34

Drehung
in der zy -Ebene, 141

Dreieck von Morley, 249

E

Eigenvektoren
einer singulären
tridiagonalen Matrix, 132
einer tridiagonalen Matrix, 129

Eigenwertdarstellung
hermitescher Matrizen, 136

Eigenwerte
einer singulären
tridiagonalen Matrix, 132
einer tridiagonalen Matrix, 129

Eigenwertnäherungen, 126
mit der Potenzmethode, 128

Einbettung

- kompakte, 215

Eulersche Formeln

- diskrete, 103

F

- Fehlerabschätzung, 258

- FEM-Approximation, 232

- Fixpunktgleichung, 118

- Fixpunktiteration, 17, 116

- Funktionalmatrix, 122

G

- Gaußsches Eliminationsverfahren, 83, 84

- reduzierte Matrizen, 87

- Gesamtschrittverfahren

- für Quadratwurzeln, 114

- gleichgradige Stetigkeit

- von Gitterfunktionen, 207

- Gleichung 1. Ordnung

- hyperbolische, 294

- Gleichungssystem

- überbestimmtes, 89

H

- H^1 -Funktion, 212

- Halbnormen, 216

- Hermiteische Interpolationsaufgabe, 44

- Hilbert-Matrix, 84, 86

- Horner-Schema, 5

- hyperbolische Gleichung

- 1. Ordnung, 288

I

- Implizite Mittelpunktregel, 151, 168

- Implizite Trapezregel, 156

- Instabilität, 278

- Interpolation

- iterative lineare, 58

- quadratische, 44

- Interpolationsabschätzungen, 229

- Interpolationsaufgabe

- spezielle, 40

- Interpolationsfehler, 43

- Interpolationspolynom, 29, 32, 41, 46

- Inverse

- von Matrizen, 122

- inverse Monotonie, 206

- Iterationsverfahren, 18

- iterative Verfahren, 15

K

- Keplersche Fassregel, 47

- Kettenbruchentwicklung, 8, 9

- Konditionszahl

- einer Matrix, 78, 80

- eines 2×2 -Gleichungssystems, 82

- Konsistenz

- eines impliziten Verfahrens, 158

- Konsistenz und Stabilität

- eines 4-Schrittverfahrens, 181

- Konsistenzordnung

- eines expliziten Mehrschrittverfahrens, 178

- eines linearen Mehrschrittverfahrens, 176

- Kontraktion, 19, 118

- Konvergenz

- gleichmäßige, 29

- von Gesamt- und Einzelschrittverfahren,

- 108

- von Reihen, 4

- Konvergenz und Divergenz

- von Reihen, 4

- Konvergenzbeschleunigung, 25

L

- L^2 -Funktionen, 209

- Lagrange-Interpolation, 226

- Landausche Symbole, 14

- Laplace-Operator

- diskreter in \mathbb{R}^2 , 258

- diskreter in \mathbb{R}^n , 271

- Legendre-Polynome, 74

- Leibniz-Regel

- für die dividierten Differenzen, 34

- lineare Einschrittverfahren, 150

- Linearformen, 221

- linear unabhängige, 222

- Lipschitz-Stetigkeit, 161, 163

- Lösung impliziter Gleichungen, 186

M

- Matrix

- nilpotente, 106

- Matrixnorm, 61

- logarithmische, 175

- natürliche, 59

- Matrix-Pseudoinverse, 143

- Maximumprinzip

- diskretes, 206

- Mehrschrittverfahren

- nullstabiles, 181

- Methode der kleinsten Fehlerquadrate, 94
 Milne-Simpson-Verfahren, 189
 M-Matrix, 88
- N**
 Neumann-Problem, 264
 Newton-Verfahren, 21, 22, 24
 für entartete Nullstellen, 120
 Norm, 216
 euklidische, 90
 mit positiv definiten Matrizen, 69
 Nullstabilität, 183
 Nullstellen, 15
- O**
 orthogonales Komplement, 136
 Orthogonalsystem, 71
- P**
 positiver Typ, 206
 Potenzmethode
 für Diagonalmatrizen, 137
 punktweise Ungleichung, 219
- Q**
 Quadraturfehler, 51
 Quadraturformel, 46, 221
 in $\mathcal{P}_2(\mathbb{R}^2)$, 243
 spezielle, 49
 summierte, 51
 Quadratwurzeln
 positiv definiten Matrizen, 113
- R**
 Randwertproblem
 für gewöhnliche Differentialgleichung, 232, 235
 singulär gestörtes, 191
 Rayleigh-Quotient, 124
 Romberg-Integration, 55, 58
 Rosenbrock-Methode, 171
 Runge-Kutta-Verfahren
 implizites 2. Ordnung, 169
 klassisches, 163
- S**
 Satz
 von Arzelà-Ascoli, 215
 Schießverfahren
 für ein Randwertproblem, 199
 schwingende Saite, 130
 diskrete, 130, 259
 Sehnentrapezformel
 summierte, 52
 Simpsonsche Formel, 47
 singuläres System, 142
 Skalarprodukt, 71
 euklidisches, 69, 90, 239
 L^2 -, 233
 Sobolevsche Ungleichung, 233
 Spektralnrm, 107
 Spektralradius, 107, 109
 Spektrum, 109
 Stabilität
 von Einschrittverfahren, 172
 Stabilitätsbedingung
 und Spektralradius, 282
 Stabilitätsfunktion, 168
 Stabilitätsgebiet
 eines linearen Zweischrittverfahrens, 185
 Stabilitätspolynom, 185
 Steifigkeitselementmatrix, 239
 Systeme
 lineare autonome, 172
- T**
 Tangententrapezformel
 summierte, 55
 Testfunktionen, 213
 Tschebyscheff-Polynome, 13
- V**
 Vandermondesche Determinante, 77, 105
 Variationelle Formulierung, 235
 verbessertes Polygonzugverfahren, 161
 Verfahren von Euler-Cauchy
 implizites, 156
 verbessertes, 149
 Verfahren von Hammer & Hollingsworth, 158
 Verstärkungsmatrix, 290
 Vertauschungsmatrix, 76
 vollständige Induktion, 1
 von Neumann-Bedingung, 289, 290, 294
- W**
 Wärmeleitungsgleichung
 semidiskrete, 272
 Wellengleichung, 286, 289
 Wurzelbedingung, 180
- Z**
 Zahlenfolgen, 2, 3



Willkommen zu den Springer Alerts

Jetzt
anmelden!

- Unser Neuerscheinungs-Service für Sie:
aktuell *** kostenlos *** passgenau *** flexibel

Springer veröffentlicht mehr als 5.500 wissenschaftliche Bücher jährlich in gedruckter Form. Mehr als 2.200 englischsprachige Zeitschriften und mehr als 120.000 eBooks und Referenzwerke sind auf unserer Online Plattform SpringerLink verfügbar. Seit seiner Gründung 1842 arbeitet Springer weltweit mit den hervorragendsten und anerkanntesten Wissenschaftlern zusammen, eine Partnerschaft, die auf Offenheit und gegenseitigem Vertrauen beruht.

Die SpringerAlerts sind der beste Weg, um über Neuentwicklungen im eigenen Fachgebiet auf dem Laufenden zu sein. Sie sind der/die Erste, der/der über neu erschienene Bücher informiert ist oder das Inhaltsverzeichnis des neuesten Zeitschriftenheftes erhält. Unser Service ist kostenlos, schnell und vor allem flexibel. Passen Sie die SpringerAlerts genau an Ihre Interessen und Ihren Bedarf an, um nur diejenigen Information zu erhalten, die Sie wirklich benötigen.

Mehr Infos unter: springer.com/alert