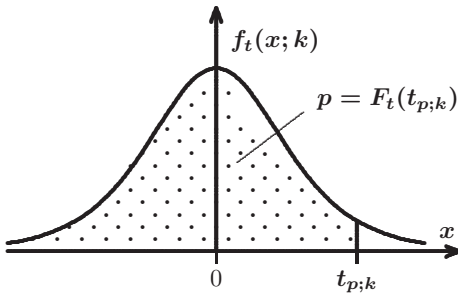


Tabellen

p -Quantile $t_{p;k}$ der t -Verteilung mit k Freiheitsgraden



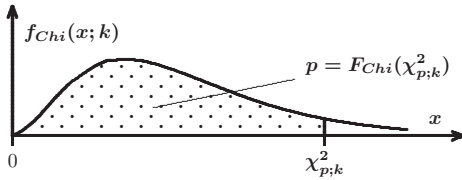
Ablesebeispiel:

Das Quantil zur Ordnung $p = 0,90$ einer t -Verteilung mit 12 Freiheitsgraden lautet 1,356 (d.h. dieser Wert wird von einer entsprechend verteilten Zufallsvariable mit einer Wkt. von 90% nicht überschritten):
 $p = 0,900 ; k = 12 \implies t_{0,9 ; 12} = 1,356$.

Hinweis: Für $k \rightarrow \infty$ erhält man die Quantile der Standardnormalverteilung

k	p										
	0.600	0.750	0.900	0.930	0.950	0.960	0.975	0.985	0.990	0.995	0.999
1	.3	1.0	3.1	4.5	6.3	7.9	12.7	21.2	31.8	63.7	318.3
2	.29	.82	1.89	2.38	2.92	3.32	4.30	5.64	6.96	9.92	22.33
3	.28	.76	1.64	2.00	2.35	2.61	3.18	3.90	4.54	5.84	10.21
4	.271	.741	1.533	1.838	2.132	2.333	2.776	3.298	3.747	4.604	7.173
5	.267	.727	1.476	1.753	2.015	2.191	2.571	3.003	3.365	4.032	5.893
6	.265	.718	1.440	1.700	1.943	2.104	2.447	2.829	3.143	3.707	5.208
7	.263	.711	1.415	1.664	1.895	2.046	2.365	2.715	2.998	3.499	4.785
8	.262	.706	1.397	1.638	1.860	2.004	2.306	2.634	2.896	3.355	4.501
9	.261	.703	1.383	1.619	1.833	1.973	2.262	2.574	2.821	3.250	4.297
10	.260	.700	1.372	1.603	1.812	1.948	2.228	2.527	2.764	3.169	4.144
11	.260	.697	1.363	1.591	1.796	1.928	2.201	2.491	2.718	3.106	4.025
12	.259	.695	1.356	1.580	1.782	1.912	2.179	2.461	2.681	3.055	3.930
13	.259	.694	1.350	1.572	1.771	1.899	2.160	2.436	2.650	3.012	3.852
14	.258	.692	1.345	1.565	1.761	1.887	2.145	2.415	2.624	2.977	3.787
15	.258	.691	1.341	1.558	1.753	1.878	2.131	2.397	2.602	2.947	3.733
16	.258	.690	1.337	1.553	1.746	1.869	2.120	2.382	2.583	2.921	3.686
17	.257	.689	1.333	1.548	1.740	1.862	2.110	2.368	2.567	2.898	3.646
18	.257	.688	1.330	1.544	1.734	1.855	2.101	2.356	2.552	2.878	3.610
19	.257	.688	1.328	1.540	1.729	1.850	2.093	2.346	2.539	2.861	3.579
20	.257	.687	1.325	1.537	1.725	1.844	2.086	2.336	2.528	2.845	3.552
21	.257	.686	1.323	1.534	1.721	1.840	2.080	2.328	2.518	2.831	3.527
22	.256	.686	1.321	1.531	1.717	1.835	2.074	2.320	2.508	2.819	3.505
23	.256	.685	1.319	1.529	1.714	1.832	2.069	2.313	2.500	2.807	3.485
24	.256	.685	1.318	1.526	1.711	1.828	2.064	2.307	2.492	2.797	3.467
25	.256	.684	1.316	1.524	1.708	1.825	2.060	2.301	2.485	2.787	3.450
26	.256	.684	1.315	1.522	1.706	1.822	2.056	2.296	2.479	2.779	3.435
27	.256	.684	1.314	1.521	1.703	1.819	2.052	2.291	2.473	2.771	3.421
28	.256	.683	1.313	1.519	1.701	1.817	2.048	2.286	2.467	2.763	3.408
29	.256	.683	1.311	1.517	1.699	1.814	2.045	2.282	2.462	2.756	3.396
30	.256	.683	1.310	1.516	1.697	1.812	2.042	2.278	2.457	2.750	3.385
40	.255	.681	1.303	1.506	1.684	1.796	2.021	2.250	2.423	2.704	3.307
50	.255	.679	1.299	1.500	1.676	1.787	2.009	2.234	2.403	2.678	3.261
60	.254	.679	1.296	1.496	1.671	1.781	2.000	2.223	2.390	2.660	3.232
70	.254	.678	1.294	1.493	1.667	1.776	1.994	2.215	2.381	2.648	3.211
80	.254	.678	1.292	1.491	1.664	1.773	1.990	2.209	2.374	2.639	3.195
90	.254	.677	1.291	1.489	1.662	1.771	1.987	2.205	2.368	2.632	3.183
100	.254	.677	1.290	1.488	1.660	1.769	1.984	2.201	2.364	2.626	3.174
∞	.254	.674	1.282	1.476	1.645	1.751	1.960	2.107	2.326	2.576	3.100

p -Quantile $\chi^2_{p;k}$ der χ^2 -Verteilung mit k Freiheitsgraden



Ablesebeispiel:

Das Quantil zur Ordnung $p = 0,90$ einer χ^2 -Verteilung mit 12 Freiheitsgraden lautet 18,55 (d.h. dieser Wert wird von einer entsprechend verteilten Zufallsvariable mit einer Wkt. von 90% nicht überschritten):
 $p = 0,900 ; k = 12 \implies \chi^2_{0,9 ; 12} = 18,55$.

k	p												
	0.005	0.01	0.025	0.05	0.100	0.250	0.500	0.750	0.900	0.950	0.975	0.990	0.995
1	.000	.000	.001	.004	.016	.102	.455	1.323	2.706	3.841	5.024	6.635	7.880
2	.01	.02	.05	.10	.21	.58	1.39	2.77	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	.07	.11	.22	.35	.58	1.21	2.37	4.11	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	.21	.30	.48	.71	1.06	1.92	3.36	5.39	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	.41	.55	.83	1.15	1.61	2.67	4.35	6.63	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	.68	.87	1.24	1.64	2.20	3.45	5.35	7.84	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	.99	1.24	1.69	2.17	2.83	4.25	6.35	9.04	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	5.07	7.34	10.22	13.36	15.51	17.53	20.09	21.96
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	5.90	8.34	11.39	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	6.74	9.34	12.55	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	7.58	10.34	13.70	17.28	19.68	21.92	24.73	26.76
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	8.44	11.34	14.85	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
13	3.56	4.11	5.01	5.89	7.04	9.30	12.34	15.98	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	10.17	13.34	17.12	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	11.04	14.34	18.25	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	11.91	15.34	19.37	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	12.79	16.34	20.49	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	13.68	17.34	21.60	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16
19	6.84	7.63	8.91	10.12	11.65	14.56	18.34	22.72	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	15.45	19.34	23.83	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00
21	8.03	8.90	10.28	11.59	13.24	16.34	20.34	24.93	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40
22	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	17.24	21.34	26.04	30.81	33.92	36.78	40.29	42.80
23	9.26	10.20	11.69	13.09	14.85	18.14	22.34	27.14	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	19.04	23.34	28.24	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56
25	10.52	11.52	13.12	14.61	16.47	19.94	24.34	29.34	34.38	37.65	40.65	44.31	46.93
26	11.16	12.20	13.84	15.38	17.29	20.84	25.34	30.43	35.56	38.89	41.92	45.64	48.29
27	11.81	12.88	14.57	16.15	18.11	21.75	26.34	31.53	36.74	40.11	43.19	46.96	49.64
28	12.46	13.56	15.31	16.93	18.94	22.66	27.34	32.62	37.92	41.34	44.46	48.28	50.99
29	13.12	14.26	16.05	17.71	19.77	23.57	28.34	33.71	39.09	42.56	45.72	49.59	52.34
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.60	24.48	29.34	34.80	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67
40	20.70	22.16	24.43	26.51	29.05	33.66	39.33	45.62	51.80	55.76	59.34	63.69	66.76
50	27.99	29.71	32.36	34.77	37.69	42.94	49.33	56.33	63.17	67.50	71.42	76.15	79.49
60	35.53	37.48	40.48	43.19	46.46	52.29	59.33	66.98	74.40	79.08	83.30	88.38	91.95
70	43.3	45.4	48.8	51.7	55.3	61.7	69.3	77.6	85.5	90.5	95.0	100.4	104.2
80	51.2	53.5	57.2	60.4	64.3	71.1	79.3	88.1	96.6	101.9	106.6	112.3	116.3
90	59.2	61.8	65.6	69.1	73.3	80.6	89.3	98.6	107.6	113.1	118.1	124.1	128.3
100	67.3	70.0	74.2	77.9	82.4	90.1	99.3	109.1	118.5	124.3	129.6	135.8	140.2

Sachverzeichnis

- χ^2 -Test, 157
- χ^2 -Verteilung, 105
- Ökonometrie, 6

- a-priori-Wahrscheinlichkeit, 152
- Abhängigkeitsmessung, 28
- Ablehnungsbereich, 143
- Alternative, 141
- Anderson-Darling-Test, 157
- Anscombe's Quartett, 43
- approximierende Verteilungsfunktion, 17
- arithmetisches Mittel, 23
- Assoziation, 28
- Autokorrelation, 172
- Axiome, 71

- Bayes-Formel, 77
- Bayes-Statistik, 131
- bedingte Wahrscheinlichkeit, 76
- Bernoulli-Verteilung, 97
- Bertrand Paradoxon, 70
- Beschreibende Statistik, 4
- Bestimmtheitsmaß, 58
- Bias, 129
- Bindung, 22
- Binomialkoeffizient, 93
- Binomialverteilung, 97
- Box and Whiskers-Plot, 24
- Box-Plot, 24

- Cramér-von-Mises-Test, 157
- Cramérsche Kontingenz, 31, 33

- Datenaufbereitung, 10
- Datenqualität, 10
- Deskriptive Statistik, 4
- Dezile, 23
- Dichte, 85
- diskordante Paare, 36
- Diskrete Gleichverteilung, 97
- Dummy-Variable, 56

- Effizienz von Schätzern, 174
- einfachen Bestimmtheitsmaß, 49
- empirische Residuen, 47
- empirischen Verteilungsfunktion, 16
- empirisches Signifikanzniveau, 152
- Endogene, 169
- Entropie, normierte, 27
- Ereignis, 71
- Ergebnis, 70
- Ergebnisraum, 71
- Erwartungstreue, 129
 - asymptotisch, 129
 - des KQ-Schätzers, 171
- Erwartungswert
 - diskret, 88
 - stetig, 88
- Exogene, 168
- Exogenität, 173
- Exponentialverteilung, 82

- F-Test, 177
- Fakultät, 93
- Fehlerabschätzung von Berry-Esseen, 111
- Fehlerniveau, 134
- Fishers exakter Test, 157

- Gambler's Fallacy, 114
- Gamma-Maß von Goodman und Kruskal, 37
- Gauß-Markov-Theorem, 174
- Geburtstagsparadoxon, 96
- Gegenhypothese, 141
- Gegenwahrscheinlichkeit, 74
- Gender Pay Gap, 61
- geometrische Mittel, 21
- Geometrische Verteilung, 99
- Gesetz der großen Zahlen, 108

- Häufigkeiten
 - absolute, 13
 - bedingte, 29
 - gemeinsame, 28
 - Indifferenz-, 32
 - kumulierte, 14
 - Rand-, 29
 - relative, 13
- Häufigkeitsdichte, 16
- harmonische Mittel, 21
- Histogramm, 16
- hoch signifikant, 145
- Homoskedastie, 172
- Hypergeometrische Verteilung, 99
- Hypothese
 - einfache, 142
 - zusammengesetzte, 142
- Hypothesentest, 142
 - nichtparametrischer, 141
 - parametrischer, 141

- Indifferenzhäufigkeiten, 32
- Indifferenztabelle, 32, 158
- Induktive Statistik, 4, 126
- Irrtumswahrscheinlichkeiten, 142

- Kardinalskala, 13
- Kendall's τ , 37
- Kleinst-Quadrat-Koeffizienten, 46

- Kodierung, 11
- Kolmogorov-Smirnov-Test, 157
- Kombinationen, 93
- Konfidenzintervall, 135
 - Faustformel, 138
- Konfidenzniveau, 134
- konkordante Paare, 36
- Konkordanzmaße, 37
- Konsistenz, 130
- Kontingenz, 31
- Kontingenztabelle, 28
- Korrelation, 39
- Korrelationskoeffizient, 39, 41, 90
- Kovarianz, 39, 90
 - empirische, 40
- KQ-Koeffizienten, 46
- KQ-Regression, 45
- kritische Werte, 143
- kritischer Bereich, 143

- Laplace-Verteilung, 97
- Laplace-Wahrscheinlichkeitsmaß, 73
- Lineare Kleinst-Quadrat-Regression, 45
- Lotto, 95

- marginale Signifikanzniveau, 152
- Maximum-Likelihood, 131
- Median, 22, 23
- Mehrfachantworten, 13
- Merkmale, 11
 - komparative, 12
 - qualitative, 11
 - quantitative, 12
- Methode der Kleinst-Quadrat-Regression, 45
- Mittel
 - arithmetisches, 20
 - gewichtetes, 20
- Mittelwert, 20
- Mittelwertdifferenzen-Test, 157
- Mittlere Quadratische Kontingenz, 33
- mittlerer absoluter Abstand, 25
- Modus, 24
- Momente, 88
- Monte-Carlo-Simulation, 112
- Multipl. Bestimmtheitsmaß, 53
- Multiplikationsregel, 92
- Multiplikationssatz für bedingte Wahrscheinlichkeiten, 76

- neutrale Paar, 36
- Neyman-Pearson-Lemma, 150
- Nichtparametrische Statistik, 156
- Niveau
 - eines Konfidenzintervalls, 135
- Nominalskala, 13
- Normalverteilung, 103
- Nullhypothese, 141

- Ordinalskala, 13
- Overfitting, 177

- p-Wert, 152
- p-Wert-Debatte, 146
- partielle Ableitung, 46
- Permutationen, 93
- Perzentile, 23
- Pivotgröße, 135
 - asymptotische, 137
- Poisson-Prozess, 100
- Poisson-Verteilung, 100
- power eines Tests, 148
- Prüfgröße, 142
- Publikationsbias, 144
- Punktschätzung, 127

- Quantil, 23, 82
- Quartile, 23
- Quartilsabstand, 24
- Querschnitt, 172

- Randhäufigkeiten, 29
- Rangwertreihe, 22
- Realisierung, 81
- Rechteckverteilung, 102
- Regressionsanalyse, 45
 - bivariate, 45, 57
 - multiple, 53
 - nichtlineare, 56
- Regressionsgerade, 45, 58
- Regressor, 168
- Repräsentativität, 132
- Residuen, 45
- Residuenquadratsumme, 46

- Satz von Bayes, 77
- Schätzer, 128
 - erwartungstreue, 129
 - konsistent, 130
- Scheinkorrelation, 35
- Schließende Statistik, 4, 126
- schwach signifikant, 145
- Schwankungsintervall, 90
 - k -faches zentrales, 90
 - zentrales, 90
- Sensitivität, 76, 117
- Siegel-Paradoxon, 91
- signifikant, 145
- Signifikanz, 145
- Signifikanztest, 176
- Simpson's Paradoxon, 34, 63
- Simultanitätseffekt, 173
- Skalierung, 13
- Spannweite, 24
- Spezifität, 76, 120
- Standardabweichung, 25, 89
- Standardfehler, 175
- standardisierte Zufallsvariable, 90
- Standardnormalverteilung, 104
- stark signifikant, 145
- Statistische Unabhängigkeit, 30
- statistischer Test, 142

Sachverzeichnis

- Stetige Gleichverteilung, 102
- Stichprobenmittel, 128
- Stichprobenvarianz, 128
 - korrigierte, 128
- Stochastische Unabhängigkeit, 78, 79
 - Zufallsvariablen, 85
- Streudiagramm, 39
- Streuungsdiagramm, 14
- Streuungszerlegung, 48
- Studentisieren, 136

- t-Test, 156
- t-Verteilung, 105
- t-Wert, 176
- Test
 - rechtsseitig, 147
- Testniveau, 151
- Teststatistik, 142
- Texas sharpshooter fallacy, 144
- Theorem des unendlich tippenden Affen, 41
- Träger, 83, 85

- Unabhängigkeit
 - statistische, 30
 - Stochastische, 79
- Urne, 92

- Varianz, 25, 89
 - empirische, 25, 128
- Variationskoeffizient, 26
- Verteilungsfunktion, 81
 - approximierende, 17
 - empirische, 16
- Vertrauenswahrscheinlichkeit, 134
- Vorzeichentest, 157

- Würfelschlange, 124
- Wachstumsfaktor, 21
- Wachstumsrate, 21
- Wahrscheinlichkeiten
 - frequentistisch, 69
 - subjektiv, 69
 - subjektive, 152
- Wahrscheinlichkeitsbaum, 76
- Wahrscheinlichkeitsdichte, 85
- Wahrscheinlichkeitsmaß, 73
- Wahrscheinlichkeitsrechnung, 5
- Wartezeitparadoxon, 121
- weißes Rauschen, 174
- white noise, 174

- Z-Wert, 136
- Zeitreihe, 172
- Zentraler Grenzwertsatz, 103, 109
- Ziehen
 - mit Zurücklegen, 94
 - ohne Zurücklegen, 93
- Zielscheibenfehler, 144
- Zufallsgröße, 81
- Zufallsstichprobe
 - einfache, 126
- Zufallsvariable, 17, 81
 - diskret, 83
 - stetig, 85
- Zufallsvariablen
 - i.i.d., 107
 - identisch verteilt, 107
- Zufallszahlen, 112
- Zwei-Stichproben-Test, 157

Über die Autoren



Foto: Matthias Pilch

Sören Christensen ist Professor für Stochastik (also für Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik) am Mathematischen Seminar der Christian-Albrechts-Universität zu Kiel. Zuvor hat er als Associate Professor an den Universitäten Göteborg und Chalmers in Schweden und als Professor für Stochastische Prozesse an der Universität Hamburg gelehrt und geforscht. In seiner Arbeit interessieren ihn alle Fragen, bei denen der Zufall eine wesentliche Rolle spielt. Da dies fast überall in der Welt der Fall ist, hat er sich im Laufe der Zeit mit den unterschiedlichsten Themen beschäftigt, etwa der Finanzmathematik, der Planung von Medikamententests und dem nachhaltigen Ressourcenmanagement.

Björn Christensen ist Professor für Statistik und Mathematik sowie Dekan am Fachbereich Wirtschaft der Fachhochschule Kiel. Zuvor war er wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Weltwirtschaft in Kiel sowie selbstständig mit zwei Unternehmungen im Bereich der Angewandten Statistik. Die Anwendung von theoretischem Wissen im Bereich der Statistik auf praxisorientierte Fragestellungen ist dabei Dreh- und Angelpunkt seiner Tätigkeit. Er hat langjährige Erfahrungen als gerichtlich bestellter Gutachter und als Berater von öffentlichen Institutionen und Unternehmen in Projekten der statistischen Analyse und Prognose.



Foto: Jürgen Haacks

Da heute jeder Mensch auf den sicheren Umgang mit Zahlen angewiesen ist, ist ein gemeinsames Anliegen der beiden Brüder die Verankerung von Statistischen Grundfertigkeiten in der Bevölkerung. Zum einen geschieht dies natürlich durch die Lehre an der Hochschule. Darüber hinaus schreiben beide gemeinsam seit 2012 wöchentlich die Kolumnen „Achtung, Mathe“ in einer Reihe von regionalen Tageszeitungen sowie unregelmäßig die Kolumne „Angezählt“ auf SPIEGEL Online. Aus diesen Aktivitäten sind im Springer-Verlag die Bücher *Achtung: Statistik* (2015) sowie *Achtung: Mathe und Statistik* (2018) hervorgegangen.

Außerdem haben beide gemeinsam eine Reihe von Projekten aus dem Bereich der Angewandten Statistik mit unterschiedlichen Partnern durchgeführt, von denen einige Erfahrungen auch direkt oder indirekt in dieses Buch eingeflossen sind.



Foto: Harald Rehling, Uni Bremen

Martin Missong arbeitet als Professor für empirische Wirtschaftsforschung und angewandte Statistik am Fachbereich Wirtschaftswissenschaft der Universität Bremen. Seine Forschungsschwerpunkte liegen im Bereich der ökonometrischen Zeitreihenanalyse und der Risikomessung. In einem interdisziplinären Forschungsansatz widmet er sich der Schnittstelle von Rechtswissenschaft und Statistik.

In der Lehre bestimmt das Leitbild der *Statistical Literacy* als Schlüsselqualifikation, die sich über fachliche oder berufsfeldbezogene Trennlinien hinwegsetzt, die Veranstaltungen von Professor Missong zur statistischen Methodenlehre. Dabei gilt sein besonderes Interesse der Entwicklung digitaler Lehrformate und dem Aufgreifen interdisziplinärer Fragestellungen.