

Ergänzende Literatur

Es gibt eine unüberschaubare Fülle von Büchern und Artikeln über die Zauberei, und hin und wieder wird auch der Aspekt „Mathematik und Zaubern“ behandelt. Nachstehend findet man eine Zusammenstellung der Quellen, die bei der Vorbereitung des vorliegenden Buches eine wichtige Rolle gespielt haben.

A. Bücher zu „Mathematik und Zaubern“

Alegria, Pedro: „Magia por Principios“. Selbstverlag, 2008.

Das Buch, das sich nur mit Zaubertricks mit mathematischem Hintergrund beschäftigt, ist leider nur auf Spanisch verfügbar. Es kann beim Autor bestellt werden. Die Internetseite findet man über Google durch die Schlüsselworte „Pedro Alegria Magia“. Die mathematischen Erklärungen sind recht knapp.

Behrends, Ehrhard: „Der mathematische Zauberstab“. Rowohlt, 2015.

Den „Zauberstab“ habe ich für mathematische Laien geschrieben. Er ist in gewisser Weise der Vorläufer des vorliegenden Buches, denn beim Schreiben zeigte sich mehr und mehr, dass viele Einzelheiten der behandelten Themen für Leser mit einer mathematischen Vorbildung interessant sein könnten.

Diaconis, Persi und Graham, Ron: „Magical Mathematics“. Princeton University Press, 2012.

Auch dieses Buch ist dem Verhältnis Zauberei/Mathematik gewidmet. Die Erklärungen sind teilweise sehr ausführlich, die Autoren haben eine besondere Vorliebe für Themen aus dem Bereich diskrete Mathematik/Kombinatorik. Man findet interessante Varianten zu den Tricks, die in den Kapitel 1 und 14 beschrieben wurden.

Gardner, Martin: „Mathematische Zaubereien“. Dumont, 2004.

Dieses Buch ist ein Klassiker, die Originalausgabe erschien schon 1956. Es hat mein Interesse für die Zauberei geweckt. Die meisten der im vorliegenden Buch beschriebenen Tricks wurden allerdings erst nach seinem Erscheinen entwickelt.

Mulcahy, Colm: „Mathematical Card Magic“.

Der Autor ist ein kreativer Entwickler von vielen neuen Zaubertricks, er hat eine regelmäßige Kolumne im Internet. Für die Tricks in Kapitel 1 und 10 habe ich von diesem Buch profitiert.

B. Eine allgemeine Einführung in das Thema „Zaubern“

Zmeck, Jochen: „Handbuch der Magie“.

Das ist in Deutschland der „Klassiker“ unter den Büchern, die allgemein in die Zauberei einführen. Wer in irgendeinem Ortsverein die Aufnahmeprüfung erfolgreich absolvieren möchte, kommt an diesem Buch nicht vorbei. Tricks mit mathematischem Hintergrund kommen auch vor, die zugrunde liegende Theorie wird allerdings nicht erklärt. Dieses Buch ist empfehlenswert für alle, die ihr Programm mit Münztricks, Seiltricks usw. abrunden wollen oder ihre Kenntnisse um einige grundlegende Techniken der Zauberei ergänzen möchten (Palmieren von Karten oder Münzen, falsche Übergabe usw.)

C. Ergänzende Bemerkungen zur Literatur

Kapitel 1: Invarianten ... wie ein Fels in der Brandung

Die Hummer-Zaubertricks werden auch ausführlich in den Büchern in der vorstehenden Abteilung „A“ beschrieben. Die Literatur zur allgemeinen Invariantentheorie ist sehr reichhaltig. Es folgen zwei Beispiele:

„Vorlesungen über Invariantentheorie“ von Issai Schur und Helmut Grunsky (Springer, 1968).

„Classical invariant theory“ von Peter J. Olver (Cambridge Univ. Press, 2003).

Kapitel 2: Magische Quadrate und magische Würfel

Die in diesem Kapitel verwendete Mathematik ist elementar: Man muss nur Kommutativität und Assoziativität einer inneren Komposition ausnutzen.

Kapitel 3: Magische Quadrate mit vorgegebener erster Zeile

Für das Verständnis dieses Kapitels sollte man sichere Kenntnisse über die Lösungstheorie linearer Gleichungssysteme haben. Alles Erforderliche findet man zum Beispiel in

„Lineare Algebra“ von Gerd Fischer (Springer Spektrum, 2013).

Kapitel 4: Zauberhafte Normalteiler

Das Kapitel ist eine ausführlichere Darstellung meiner Arbeit „Zauberhafte Normalteiler“, die in der Dezemberausgabe 2015 der „Mitteilungen der Deutschen Mathematikervereinigung“ publiziert wurde. Es werden hier nur elementare Ergebnisse aus der Gruppentheorie benötigt.

Kapitel 5, 6, 7: Magische Dreiecke, magische Pyramiden, Hyperpyramiden

Die in diesen drei Kapitel beschriebenen Zaubertricks beruhen alle auf Teilbarkeitseigenschaften von Binomialkoeffizienten, dabei spielt ein klassischer Satz von Balak Ram eine wichtige Rolle. Wer sich näher über diesen Fragenkreis informieren möchte, findet viele interessante Ergebnisse in der Arbeit

„The greatest common divisor of certain sets of binomial coefficients“ von H. Joris, C. Oestreicher und J. Steinig (J. Number Theory, 21, 1985, 101 – 119).

Kapitel 8: Vom Melkmischen zur Zahlentheorie

Die Sätze dieses Kapitels sind schon in meiner Arbeit

„Vom Kartenmischen zur Artinvermutung“, *Mathematische Semesterberichte* 62 (2015) zu finden. Viele Ergebnisse rund um den Fragenkreis der Artinvermutung stehen in „On Artin's conjecture“ von Christopher Hooley (*J. Reine Angew. Math.* 225, 209 – 220, 1967).

Kapitel 9: Fibonacci zaubert mit quadratischen Resten

Das Kapitel enthält Teile meiner Arbeit „Fibonacci goes Magic“, die in der Zeitschrift „Elemente der Mathematik“ (Heft 68, 2013) erschienen ist. Der Spezialfall $p = 7$ wird auch in dem Buch von Diaconis und Graham (s.o.) erwähnt.

Fibonaccifolgen sind übrigens ein Spezialfall von *Lucasfolgen*. Dieser allgemeinere Zugang ist gut im Buch

„Die Welt der Primzahlen“ von P. Ribenboim (Springer, 2011) dargestellt.

Kapitel 10: Australisches Ausgeben

Diese Art des Ausgebens habe ich durch das Buch von Pedro Alegría kennen gelernt. Es gibt dort eine Reihe von Anwendungen, die Mathematik im Hintergrund wird allerdings nicht erklärt. Dass der unter Zauberern sehr beliebte Wegwerftrick von Woody Aragon etwas mit dem australischen Ausgeben zu tun hat, scheint hier zum ersten Mal veröffentlicht zu werden. (Ich habe allerdings schon in einem Beitrag für die „Magie“, der Verbandszeitschrift der deutschen Zauberer, darauf hingewiesen.) Es wurde bereits im Text erwähnt, dass die „Fortgeschrittenenvariante“ unter dem Titel „The Advanced Australian Shuffle“ 2016 in den *Mathematischen Semesterberichten* 63 veröffentlicht wurde.

Kapitel 11: Ein Esel lese nie: Palindrome

Kartentricks mit Palindromen werden – ohne Erläuterung des mathematischen Hintergrunds – im Buch von Alegría beschrieben. Die Anfänge der zugehörigen Theorie sind in meinem Buch „Der mathematische Zauberstab“ veröffentlicht. Sie ist hier wesentlich ausgebaut worden. Ein Mathematikbuch, in dem man die vorliegenden Ergebnisse vertiefen könnte, ist mir nicht bekannt.

Kapitel 12: Die mysteriöse Zahl 1089 und die Fibonaccizahlen

Ich schätze dieses Kapitel als vergleichsweise schwierig ein. Literatur zur Unterstützung oder Vertiefung bietet sich aber auch nicht an, denn es wird wirklich nicht mehr verwendet als die Definition der Fibonaccizahlen und die Rechenregeln zu Addition und Subtraktion, die man schon in der Grundschulzeit gelernt hat.

Kapitel 13: Unmöglich!

Das Kapitel beruht auf einer Arbeit von Michael Kleber („The best Card Trick“, erschienen im *Mathematical Intelligencer* 24, 2002). Allen, die sich etwas systematischer über Codierungstheorie informieren möchten, können die Bücher

„Codierungstheorie, eine Einführung“ von Ralph-Hardo Schulz (Vieweg, 2003) und „Codierungstheorie und Kryptographie“ von Wolfgang Willems (Mathematik kompakt, 2007) empfohlen werden.

Kapitel 14: Codierung mit deBruijn-Folgen

Wie schon in Kapitel 14 erwähnt, geht der zauberhafte Anteil des Kapitels auf die Darstellung im Buch von Diaconis-Graham zurück (s.o.). Dort findet man auch interessante Informationen darüber, wie sich deBruijn-Folgen in Biologie und Informatik verwenden lassen. Wer den graphentheoretischen Hintergrund genauer kennen lernen möchte, sei auf die folgenden Bücher verwiesen:

„Graphentheorie“ von Reinhard Diestel (Springer, 2010).

„Graphentheoretische Konzepte“ von Sven Oliver Krumke und Hartmut Noltemeier (Vieweg+Teubner Verlag, 2012).

Kapitel 15: Ich gewinne (fast) immer

Dieses Kapitel setzt Kenntnisse in elementarer Stochastik voraus. Die kann man sich aus vielen Büchern aneignen, zum Beispiel aus meinem Buch „Elementare Stochastik“. (Springer Spektrum, 2012).

Die Präzisierung von Definition und Ergebnissen zu der im Text erwähnten starken Markoveigenschaft ist aufwändiger. Ich empfehle dazu das Buch „Wahrscheinlichkeitstheorie“ von Achim Klenke (Springer, 2006).

D. Arbeiten des Autors zu „Mathematik und Zaubern“

„Fibonacci goes magic“, Elemente der Mathematik 68, 2013, 1 - 9.

(mit St. Humble) „Triangle Mysteries“, The Mathematical Intelligencer 35 (2), 2013, 10-15.

„Pyramid Mysteries“, The Mathematical Intelligencer 36 (3), 2014, 14 - 19.

„Magic in Hyperspace“ (unveröffentlichtes Manuskript).

„Vom Kartenmischen zur Artinvermutung“, Math. Semesterberichte 62, 2015, 7 - 15.

„The Mystery of the Number 1089 - how Fibonacci Numbers Come into Play“, Elemente der Mathematik 70, 2015, 1 - 9.

„The Advanced Australian Shuffle“, Math. Semesterberichte 63, 2016, 201 - 211.

E. „Mathematik und Zaubern“ im Internet

Es ist nicht wirklich überraschend, dass es zum Thema dieses Buches auch eine unüberschaubare Fülle von Material im Internet gibt:

- Die Schlüsselworte „Mathematik Zaubern“ ergeben 380.000 Treffer.
- Bei „mathematical magic“ sind es schon über 1.2 Millionen Links.
- Und knapp 3 Millionen Mal wird man bei „mathematical magic youtube“ fündig: Da werden die Tricks gleich vorgeführt.

Register

- 1089, 133
 ϕ -geeignet, 50, 63
- abheben, 2
Adjazenzmatrix, 155
Alegría, Pedro, 45, 131, 175
Aragon, Woody, 116
Artin-Vermutung, 95
australisches Ausgeben, 109
- Codierungstheorie, 143
- Dürer, 13
Dürer, Albrecht, 13
deBruijn, Nicolaas Govert, 152
down-under-Ausgeben, 109
- Einsteinrick, 115
Eulerkreis, 154
Eulersche ϕ -Funktion, 92
- Fibonacci, Leonardo, 97
Fibonaccizahl, 97, 133
- Gardner, Martin, 175
geschlossener Weg, 155
Giobbi, Roberto, 115
- Hamiltonkreis, 153
Heiratsvermittlung, 127
Humble, Steve, iii, 47, 174
Hummer, Bob, 2
Hyperpyramide, 73
Hyperwürfel, 17
- Intelligencer, 59, 149
Internet, 178
Invarianten, 1
- Leitkarte, 2
Lo-Shu-Quadrat, 13
- magisches Quadrat, 13, 23
Markoveigenschaft, starke, 167
Melencolia, 13
melkmischen, 86
milk shuffle, 86
- Newcastle, 47
Normalisator, 35
Normalteiler, 33
- Palindrom, 121
palindromisch, 122
Primitivwurzel, 94
- Quadrat, magisches, 13, 23
quadratischer Rest, 102
- Ram, Balak, 51
Rest, quadratischer, 102
- Schubkastenprinzip, 146
Sophi-Germain-Primzahl, 94
symmetrische Gruppe, 37
- Tamariz, Juan, 45
Typ I, 24
Typ II, 24
Typ IIIa, 25
Typ IIIb, 25
Typ IV, 25
Typ-I-deBruijn-Graph, 153
Typ-II-deBruijn-Graph, 154
- under-down-Ausgeben, 109
- Würfel, magische, 17

Wartezeit, 164

Wegwerftrick, 116

Wiedervereinigung, 9

Zauberstab, ii, iii

Zmeck, Jochen, 176

zusammenhängend, 155

zyklischer Abstand, 1