

# Notation

$\mathbb{K}$	Körper $\mathbb{R}$ oder $\mathbb{C}$
$\alpha, \beta, \gamma, \dots, \omega$	Skalare
$a, b, c, \dots, z$	Vektoren (Spaltenvektoren)
$a', b', c', \dots, z'$	Kovektoren (Zeilenvektoren)
$A, B, C, \dots, Z$	Matrizen
$i, j, l, m, n, p$	Indizes/Dimensionen
$1 : m$	Kolon-Notation für $1, \dots, m$
$[\mathcal{A}]$	Iverson-Klammer: 1, falls Aussage $\mathcal{A}$ richtig ist, 0 sonst
$A'$	Adjungierte der Matrix $A$
$a^k, a'_j$	$k$ -te Spalte, $j$ -te Zeile der Matrix $A$
$e^k, e_k$	$k$ -ter Einheitsvektor
$\text{diag}(x)$	aus dem Vektor $x$ gebildete Diagonalmatrix
$\text{GL}(m; \mathbb{K})$	allgemeine lineare Gruppe der Dimension $m$
$P_\pi$	Permutationsmatrix
$\ E\ , \llbracket E \rrbracket$	Norm und Fehlermaß einer Matrix $E$
$\kappa(f; x)$	Kondition von $f$ in $x$
$\kappa(A)$	Kondition der Matrix $A$
$\text{cond}(A, x)$	Skeel–Bauer Kondition des Gleichungssystems $Ax = b$
$\mathbb{F}$	Menge der Gleitkommazahlen
$\text{fl}(\xi)$	Darstellung von $\xi$ als Gleitkommazahl
$\epsilon_{\text{mach}}$	Maschinengenauigkeit
$\doteq$	Gleichheit nach Rundung
$\doteq, \lesssim$	Gleichheit, Abschätzung in führender Ordnung
$\gamma(A)$	Wachstumsfaktor der Matrix $A$
$\omega(\tilde{x})$	Rückwärtsfehler der Näherungslösung $\tilde{x}$
$\text{sep}(\lambda, A)$	Separation zwischen $\lambda$ und $A$

# Index

- Adjunktion, 3
- Algorithmus
  - Endabschnitt, 52
  - instabiler, 50
  - rückwärtsstabiler, 50
  - stabiler, 50
  - Startabschnitt, 52
- Assembler, 14
- ATLAS-Projekt, 13
- Äußeres Produkt, 5
- Auflösungsschwelle, 25
- Ausgleichsproblem, lineares, 68
  - Orthogonalisierung, 70
  - Q-freie Lösung, 71
- Ausgleichsrechnung, 67
- Auslöschung, 43
- Auslöschungsfrei, 120
- Austauschoperator, 133
  
- Bauer, Friedrich (1924–2015), 45
- Besetzungsstruktur, 40
- Beta-Verteilung, 129
- Beurteilung von Näherungslösungen, 60
- BLAS (basic linear algebra subprograms), 8
  - Level 1–3, 13
- Blockzerlegung, 7
- BLUE (best linear unbiased estimator), 68
- Bruhat, François (1929–2007), 122
- Bruhat-Zerlegung, 122
  
- Cache, 12
  
- Cauchy–Schwarz-Ungleichung, 115
- Chi-Quadrat-Verteilung, 129
- Cholesky, André-Louis (1875–1918), 30
- Cholesky-Zerlegung, 29
  - Rückwärtsstabilität, 62
- Column-major order, 14
- Compiler, 14
  
- Deflation, 75
- Demmel, James (1955–), viii
- Determinante, 15, 135
- Deuffhard, Peter (1944–), viii
- Diagonalisierbarkeit, unitäre, 75
- Dreieckszerlegung, 21
  - mit Spaltenpivotisierung, 26
  - normierte, 21
  - Rückwärtsstabilität, 64
- Dwyer, Paul (1901–1982), 21
  
- Edelman, Alan (1963–), 101
- Effizienzquote, 12
- Eigenpaar, 73
  - Links-, 84
- Eigenvektor (EV), 73
  - Links-, 84
  - normierter, 73
- Eigenwert (EW), 73
  - mehrfacher, 78
- Eigenwertproblem, 73
  - Störungstheorie, 76
- Einheitsvektor, 3
- Eliminatio vulgaris, 21

- Endabschnitt, *siehe* Algorithmus  
 Experiment, 67
- Fehler  
   absoluter, 40  
   Mess-, 39  
   Modell-, 39  
   Näherungs-, 39  
   relativer, 40  
   Rückwärts-, 50, 60, 76  
   Rundungs-, 39  
   unvermeidbarer, 49  
   Vorwärts-, 51
- Fehlermaß, 40  
   komponentenweises, 40  
   Wahl des, 40
- Fehlertransport, 52
- Flop (floating point operation), *siehe*  
 Gleitkomma-Operation
- Francis, John (1934–), 86
- Gauß'sche Elimination, *siehe* Dreiecks-  
 zerlegung
- Gauß, Carl Friedrich (1777–1855), 21
- Genauigkeitsverlust, 44
- Gerschgorin, Semjon (1901–1933), 137
- Givens, Wallace (1910–1993), 35
- Givens-Rotation, 35
- Givens-Verfahren, 35
- Gleitkomma-Operation, 10
- Gleitkommazahl, 47
- Goldstine, Herman (1913–2004), 21
- Golub, Gene (1932–2007), viii
- Gram, Jørgen Pedersen (1850–1916),  
 33
- Gram-Schmidt-Verfahren  
   klassisches (CGS), 33  
   modifiziertes (MGS), 33
- Gruppeneigenschaft  
   Dreiecksmatrizen, 15  
   Permutationsmatrizen, 19  
   unipotente Dreiecksmatrizen, 15  
   unitäre Matrizen, 18
- Halmos, Paul (1916–2006), 1
- Hamming, Richard (1915–1998), 1
- Hardwarearithmetik, 48
- Hessenberg, Karl (1904–1959), 37
- Hessenberg-Reduktion, 91
- Higham, Nick (1961–), 39
- Hölder-Ungleichung, 115
- Horn, Roger (194?–), viii
- Householder, Alston (1904–1993), 35
- Householder-Reflexion, 119
- Householder-Verfahren, 35, 119
- Identität, *siehe* Einheitsmatrix
- IEEE-Standard 754, 48
- In situ, 17
- Inneres Produkt, 4
- Instabilitätskriterium, 53
- Involution, 5
- Iterative Nachverfeinerung,  
   *siehe* Nachiteration
- Iverson-Klammer, 3
- JIT-Compiler, 14, 101
- Johnson, Charles (1948–), viii
- Jordan'sche Normalform, 75
- Julia, viii, 8, 101
- Kahan'scher Algorithmus, 57
- Kahan, William „Velvel“ (1933–), 39
- Kleinste-Quadrate-Schätzung, 68
- Kolon-Notation, 2
- Kondition, 41  
   lineares Gleichungssystem, 45  
   lineares Ausgleichsproblem, 69  
   Matrix-, 45  
   Matrixprodukt, 44  
   Nullstelle eines Polynoms, 74  
   Skeel-Bauer-, 45  
   Stichprobenvarianz, 59
- Konditionsformel, 43
- Konvergenz  
   lokal kubisch, 89  
   lokal quadratisch, 89

- Konvergenzsatz  
 inverse Vektoriteration, 82  
 QR-Iteration mit Shift (lokal), 127  
 QR-Iteration ohne Shift (global), 124  
 Vektoriteration, 80
- Kronecker-Delta, 3
- Kublanovskaya, Vera (1920–2012), 86
- LAPACK, 8
- Laplace, Pierre-Simon (1749–1827), 33
- Läuchli, Peter (1928–), 70
- Legendre, Adrien-Marie (1752–1833), 68
- LLVM (low level virtual machine), 101
- LR-Faktorisierung, *siehe* Dreieckszerlegung
- Maple, viii
- Maschinenarithmetik, 49
- Maschinengenauigkeit, 47
- Maschinensprache, 14
- Maschinenzahl, 47  
 doppelt genaue, 48  
 einfach genaue, 48
- Mathematica, viii
- MATLAB, viii, 8, 95
- Matrix  
 adjungierte, 3  
 Begleit-, 74  
 bidiagonale, 133  
 Block-, 6  
 deflationierte, 75  
 Design-, 67  
 Diagonal-, 5  
 Dreiecks-, 14  
 unipotente, 15  
 Einheits-, 5  
 $\epsilon$ -singuläre, 46  
 Gram'sche, 31  
 Hauptunter-, 29  
 hermitesche, *siehe* selbstadjungierte  
 mit vollem Spaltenrang, 31  
 nicht diagonalisierbare, 92  
 nichtnormale, 78  
 nilpotente, 15  
 normale, 75  
 obere Hessenberg-, 37  
 orthogonale, *siehe* unitäre  
 Permutations-, 19  
 positiv definite, 28  
 Rang-1-, 4  
 s.p.d., 28  
 selbstadjungierte, 28  
 spalten-orthonormale, 18  
 strikt spaltendominante, 132  
 symmetrische, *siehe* selbstadjungierte  
 transponierte, *siehe* adjungierte  
 tridiagonale, 92, 132  
 unitär ähnliche, 84  
 unitär diagonalisierbare, 75  
 unitäre, 18  
 Wilkinson-, 64
- Matrix-Vektor-Produkt, 4
- Matrixpartitionierung, 7
- Matrixprodukt, 7
- Methode der kleinsten Quadrate, 68
- Multiple-Dispatch, 101
- Nachiteration, 65  
 eine einzige, 66  
 Modell, 121
- NaN, 48
- Norm, 115  
 absolute, 118  
 euklidische, 4, 115  
 Frobenius-, 115  
 Hilbert-Schmidt-, 115  
 Maximums-, 115  
 monotone, 118  
 Schur-, 115

- Spaltensummen-, 117
- Spektral-, 117
- Summen-, 115
- Zeilensummen-, 117
- Normäquivalenz, 117
- Normalgleichung, 69
- Notationskonvention, 2
- Numerik, 1
- NumPy, 8
- Objektorientierung, 101
- Orthogonalbasis, 18
- Orthonormalsystem, 18
- Peak-Performance, 11
- Permutation, 19
- Pipelining, 11
- Pivot, 22
- Polynom, charakteristisches, 73
- Potenzmethode, *siehe* Vektoriteration
- Prinzip des direkten Angriffs, 70
- Problem
  - gut konditioniertes, 41
  - schlecht gestelltes, 41
  - schlecht konditioniertes, 41
- Pseudoinverse, 69
- Pseudospektren,  $\epsilon$ -, 78
- Python, 8
- QR-Iteration, 86
- QR-Zerlegung, 32
  - normierte, 32
  - Rückwärtsstabilität, 62
  - reduzierte, 36
  - volle, 36
- Rayleigh-Quotient, 76
- Regressionsanalyse, 67
- Residuum, 60
- Row-major order, 14
- Rückwärtsanalyse, 50
- Rückwärtsfehler
  - Eigenpaar, 76
  - Eigenwert, 76
  - lineares Gleichungssystem, 60
- Rückwärtssubstitution, 16
- Rundung, 47
  - relativer Fehler, 47
- Runge, Carl (1856–1927), 131
- Satz
  - Bauer–Fike, 77
  - Cholesky-Zerlegung, 29
  - Davis–Kahan, 77
  - Dreieckszerlegung, 27
  - Gauß–Markov, 68
  - Gerschgorin, 137
  - Kahan, 46
  - Normalgleichung, 69
  - QR-Zerlegung, 32, 36
  - Rigal–Gaches, 60
  - Separation, 77
  - Skeel, 66
  - Spektralnormabschätzung, 128
  - Wilkinson, 64
- Schleifender Schnitt, 42
- Schmidt, Erhard (1876–1959), 33
- Schur’sche Normalform, 75
- Schur, Issai (1875–1941), 75
- Schurkomplement, 133
- SciPy, 8
- Separation, 76
- Shift, 81
  - Rayleigh-, 88
  - Wilkinson, 89
- Shiftstrategie, 88
- Singulärwertzerlegung, 128
- Skeel, Robert (194?–), 66
- Spaltenpivotisierung, 26
- Spaltenrang, 31
- Speicherschema einer Matrix, 14
- Speicherzugriff, 10
- Spektrum, 73
- Spitzenlaufzeit, 11
- Störung, *siehe* Fehler

- Stabilität  
  eines Algorithmus, 50  
  numerische, 50  
  Rückwärts-, 50
- Stabilitätsanalyse  
  Auswertung von  $\log(1+x)$ , 56  
  Eigenwerte als Nullstellen des  
    charakteristischen Polynoms,  
    73  
  lineare Gleichungssysteme, 61  
  Matrixprodukt, 51  
  Normalgleichung, 69  
  Orthogonalisierungsverfahrens zur  
    Lösung linearer Ausgleichs-  
    probleme, 71  
  quadratische Gleichung, 54  
  Stichprobenvarianz, 58
- Stabilitätskriterium, 54
- Standardmodell der Maschinearith-  
  metik, 49
- Startabschnitt, *siehe* Algorithmus
- Statistik, parametrische, 67
- Stewart, Gilbert „Pete“ (1940–), 73
- Stiefel, Eduard (1909–1978), 70
- Stigler, Stephen (1941–), 67
- Stirling'sche Formel, 129
- Submultiplikativität, 116
- Sweep, *siehe* Austauschoperator
- Sylvester, James (1814–1897), 137
- Sylvester-Gleichung, 137
- Symmetrische Gruppe, 19
- Thomas, Llewellyn (1903–1992), 133
- Thomas-Algorithmus, 133
- Todd, John (1911–2007), 30
- Transposition, *siehe* Adjunktion
- Trefethen, Lloyd Nick (1955–), 50
- Trigonalisierung, unitäre, 75
- Typinferenz, 101
- Überlauf (overflow), 48
- Ungenauigkeit, *siehe* Fehler
- Unterlauf (underflow), 48
- Van Loan, Charles (1946–), viii
- Vektor  
  Beobachtungs-, 67  
  Ko-, 2  
  Parameter-, 67  
  Spalten-, 2  
  Zeilen-, 2
- Vektoriteration, 79  
  inverse, 81
- Vektorprozessor, 11
- Vielfachheit, 73
- Von Mises, Richard (1883–1953), 79
- Von Neumann, John (1903–1957), 21
- Vorwärtsanalyse, 51
- Vorwärtssubstitution, 16
- Wachstumsfaktor einer Matrix, 63
- Wielandt, Helmut (1910–2001), 81
- Wilkinson, James (1919–1986), 64
- Wilkinson-Polynom, 135
- Wolfram Alpha, viii