

# Mathematische Symbole

$:=$	definitionsgemäß gleich
$\Leftrightarrow$	gleichbedeutend
$\Rightarrow$	impliziert
$\neg$	logische Negation
$\vee$	logisches Oder
$\wedge$	logisches Und
o.B.d.A.	ohne Beschränkung der Allgemeinheit
$\mathbb{R}^m$	$m$ -dimensionaler euklidischer Raum
$P, Q, X \dots$	Spaltenvektoren mit Komponenten $p_i, q_i, x_i \dots$
$(P)_i$	$i$ -te Komponente des Vektors $P$
$P^\top$	transponierte Form des Vektors $P$ (Zeilenvektor)
$P^*$	gemischte Gleichgewichtsstrategie
$R_i$	Einheitsvektor $(0 \dots 1 \dots 0)^T$ mit 1 an der $i$ -ten Stelle
$P^\top Q$	inneres Produkt
$1_m$	Einsvektor mit $m$ Komponenten $(1 \dots 1)^\top$
$0_m$	Nullvektor mit $m$ Komponenten $(0 \dots 0)^\top$
$A, B \dots$	Matrizen mit Komponenten $a_{ij}, b_{ij} \dots$
$\ A\ $	Norm der Matrix $A$
$(A)_i$	$i$ -te Zeile der Matrix $A$
$(A)_j$	$j$ -te Spalte der Matrix $A$
$(A)_{ij}$	$(i, j)$ -tes Element der Matrix $A$
$P^\top A Q$	quadratische Form
$a, b, c \dots$	Auszahlungsparameter
$\alpha$	Wahrscheinlichkeit eines Fehlers erster Art
$\beta$	Wahrscheinlichkeit eines Fehlers zweiter Art
$I_k$	$k \times k$ -dimensionale Identitätsmatrix
$\{X\}$	Menge mit Elementen $X$
$\in$	Mengenzugehörigkeit
$\subseteq$	Teilmenge
$\subset$	echte Teilmenge
$\setminus$	Mengendifferenz
$\cap$	Mengendurchschnitt
$\cup$	Mengenunion

$\times$	kartesisches Produkt zweier Mengen
$ M $	Kardinalität einer endlichen Menge $M$
$\arg \max_x f(x)$	die Menge der $x$ , für die $f(x)$ maximiert wird
$\forall X :$	für alle $X$ gilt:
$\Delta^m$	Simplex im $\mathbb{R}^m$
$R$	Menge der reinen Strategien des 1. Spielers
$S$	Menge der reinen Strategien des 2. Spielers
$I_i$	zu erwartende Auszahlung an Spieler $i$ , $i = 1, 2$
$\Gamma_{12}$	Bimatrixspiel $\langle R, S, I_1, I_2 \rangle$
$\Gamma$	Matrixspiel $\langle R, S, I \rangle$
$v(\Gamma)$	Wert (Gleichgewichtsauszahlung) des Matrixspiels $\Gamma$
$C_i(P)$	Träger der gemischten Strategie $P$ des $i$ -ten Spielers in $\Gamma_{12}$
$\dot{P}$	Differentialkoeffizient bzgl. der Zeit
$\frac{\partial V}{\partial X}$	Gradient einer Skalarfunktion $V$
$J$	Jacobi'sche Matrix
$\binom{n}{k}$	Binomialkoeffizient
$\langle X^1, X^2 \dots \rangle$	konvexe Hülle der Vektoren $X^1, X^2 \dots$
$\square$	Ende eines Beweises

# Literatur

- [Aba80] A. Abakuks. Conditions for evolutionarily stable strategies. *Adv. Appl. Prob.*, 17:559–562, 1980.
- [AC96] R. Avenhaus and M. J. Canty. *Compliance Quantified, an introduction to data verification*. Cambridge University Press, 1996.
- [AF92] D. Avis and K. Fukuda. A pivoting algorithm for convex hulls and vertex enumeration of arrangements and polyhedra. *Discrete Computational Geometry*, 8:295–313, 1992.
- [AvSZ99] R. Avenhaus, B. von Stengel, and S. Zamir. Inspection games, in R. J. Aumann and S. Hart (Eds.) *Handbook of Game Theory*, Vol 3. North Holland, 1999.
- [Bal61] M. L. Balinski. An algorithm for finding all vertices of convex polyhedral sets. *J. Soc. Indust. Appl. Math.*, 9(1):72–88, 1961.
- [BB91] V. J. Baston and F. A. Bostock. A generalized inspection game. *Naval Research Logistics*, 38:171–182, 1991.
- [BJPT93] P. Borm, M. Jansen, J. Potters, and S. Tijs. On the structure of the set of perfect equilibria in bimatrix games. *OR Spektrum*, 15:17–20, 1993.
- [BK73] C. Bron and J. Kerbosch. Finding all cliques of an undirected graph. *Communications of the ACM*, 16(9):575–577, 1973.
- [Bom92] I. M. Bomze. Detecting all evolutionarily stable strategies. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 75(2):17–20, 1992.
- [Can95] M. J. Canty. *Chaos und Systeme*. Vieweg, 1995.
- [Chv83] V. Chvátal. *Linear Programming*. W. H. Freeman, 1983.
- [Cre92] R. Cressman. *The Stability Concept of Evolutionary Game Theory*. Springer-Verlag, 1992.
- [Dia82] H. Diamond. Minimax policies for unobservable inspections. *Mathematics of Operations Research*, 7(1):139, 1982.
- [DK91] J. Dickhaut and T. Kaplan. A program for finding nash equilibria. *The Mathematica Journal*, 1(4):87–93, 1991.
- [Dre61] M. Dresher. *Games of Strategy, Theory and Applications*. Prentice Hall, 1961.
- [FT91] D. Fudenberg and J. Tirol. *Game Theory*. MIT Press, 1991.
- [Gar94] A. Y. GarnaeV. A remark on the customs and smuggler game. *Naval Research Logistics*, 41:287–293, 1994.
- [Gol56] A. J. Goldman. Resolution and separation theorems for polyhedral convex sets, in H. W. Huhn and A. W. Tucker (Eds.) *Linear Equalities and Related Systems*. Princeton University Press, 1956.
- [Hai75] J. Haigh. Game theory and evolution. *Adv. Appl. Prob.*, 7:8–11, 1975.
- [HR80] J. Haigh and M. R. Rose. Evolutionary game auctions. *J. theor. Biol.*, 85:381–397, 1980.
- [HS88] J. C. Harsanyi and R. Selten. *A General Theory of Equilibrium Selection in Games*. MIT Press, 1988.

- [Jon80] A. J. Jones. *Game Theory, Mathematical models of conflict*. Ellis Horwood, 1980.
- [Kap91] T. Kaplan. An observation about perfect equilibria of two-person normal form games. <http://www.econ.umn.edu/todd/paper.html>, 1991.
- [KP97] D. Koller and A. Pfeffer. Representations and solutions for game-theoretic problems. *Artificial Intelligence*, 94(1):167–215, 1997.
- [LH64] C. E. Lemke and J. T. Howson. Equilibrium points of bimatrix games. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 12:413–423, 1964.
- [Mae96] R. Maeder. *Programming in Mathematica*, 3rd edition. Addison-Wesley, 1996.
- [Man64] O. L. Mangasarian. Equilibrium points of bimatrix games. *J. Soc. Indust. Appl. Math.*, 12(4):778–780, 1964.
- [McK98] R. D. McKelvey. *GAMBIT: An interactive extensive form game program*. California Institute of Technology, <http://www.hss.caltech.edu/gambit/>, 1998.
- [MM96] R. D. McKelvey and A. McLennan. Computation of equilibria in finite games, in H. M. Amman et al. (Eds.) *Handbook of Computational Economics*, Vol 1. Elsevier Science, 1996.
- [Mor94a] P. Morris. *Introduction to Game Theory*. Springer-Verlag, 1994.
- [Mor94b] J. D. Morrow. *Game Theory for Political Scientists*. Princeton University Press, 1994.
- [MS82] J. Maynard-Smith. *Evolution and the Theory of Games*. Cambridge University Press, 1982.
- [MSP73] J. Maynard-Smith and G. R. Price. The logic of animal conflicts. *Nature*, 246:15–18, 1973.
- [Mye91] R. B. Myerson. *Game Theory, Analysis of conflict*. Harvard University Press, 1991.
- [Nas51] J. F. Nash. Non-cooperative games. *Annals of Maths.*, 54:286–295, 1951.
- [Nas98] S. Nasar. *A Beautiful Mind*. Simon and Schuster, 1998.
- [Neu75] K. Neumann. *Operations Research Verfahren, Band 1*. Carl Hanser Verlag, 1975.
- [Owe70] G. Owen. *Spieltheorie*. Springer-Verlag, 1970.
- [Pou93] W. Poundstone. *The Prisoners' Dilemma*. Anchor Books, 1993.
- [RCA98] D. Rothenstein, M. J. Canty, and R. Avenhaus. Timely inspection and deterrence. Report Jül-3603, Forschungszentrum Jülich, Nov. 1998.
- [Rot97] D. Rothenstein. Imperfect inspection games over time. Discussion Paper 151, Center for Rationality and Interactive Decision Theory, The Hebrew University of Jerusalem, 1997.
- [Sel65] R. Selten. Spieltheoretische Behandlung eines Oligopolmodells mit Nachfragerträglichkeit. *Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft*, 121:301–324, 1965.
- [Sel75] R. Selten. Reexamination of the perfectness concept for equilibrium points in extensive games. *International Journal of Game Theory*, 4:25–55, 1975.
- [Ski90] S. Skiena. *Implementing Discrete Mathematics: Combinatorics and Graph Theory with Mathematica*. Addison-Wesley, 1990.
- [Tho86] L. C. Thomas. *Game, Theory and Applications*. Ellis Horwood, 1986.
- [TJ78] P. D. Taylor and L. B. Jonker. Evolutionarily stable strategies and game dynamics. *Math. Biosc.*, 40:145–156, 1978.
- [TN76] M. U. Thomas and Y. Nisgav. An infiltration game with time dependent payoff. *Naval Research Logistics*, 23:297–320, 1976.
- [Tod78] M. J. Todd. Bimatrix games: an addendum. *Mathematical Programming*, 14:112–115, 1978.
- [vD91] E. van Damme. *Stability and Perfection of Nash Equilibria*. Springer-Verlag, 1991.

- [Vor77] N. N. Vorob'ev. *Game Theory, Lectures for economists and systems scientists*. Springer-Verlag, 1977.
- [vS96] B. von Stengel. Efficient computation of behavior strategies. *Games and Economic Behavior*, 14:220–246, 1996.
- [vS97] B. von Stengel. New maximal numbers of equilibria in bimatrix games. Technical Report 264, Dept. of Computer Science, ETH Zürich, 1997.
- [vS99] B. von Stengel. Computing equilibria for two-person games, in R. J. Aumann and S. Hart (Eds.) *Handbook of Game Theory*, Vol. 3. North Holland, 1999.
- [Win78] H.-M. Winkels. Die Menge aller Gleichgewichtspunkte eines Bimatrixspiels: Ihre Struktur und ihre Berechnung. Arbeitsbericht 14, Institut für Unternehmensführung und Unternehmensforschung der Ruhr-Universität Bochum, 1978.
- [Wol99] S. Wolfram. *The Mathematica Book*, 4th edition. Cambridge University Press, 1999.
- [Zee80] E. C. Zeeman. Population dynamics from game theory, in *Global Theory of Dynamical Systems*. Springer Lecture Notes on Mathematics, 1980.
- [Zee81] E. C. Zeeman. Dynamics of the evolution of animal conflicts. *J. Theor. Biol.*, 89:249–270, 1981.
- [Zie95] G. M. Ziegler. *Lectures on Polytopes*. Spinger-Verlag, 1995.

# Sachverzeichnis

- Abschreckung, 42, 51, 63
- Abschreckungskegel, 69
- Absprache, 4
- Agentennormalform, 137
- Animation, 61
- asymmetrische Konflikte, 93
- Atom, 179
- Austrittsvariable, 163, 210
- Auszahlung, 2
- Auszahlungskern, 178
- Auszahlungsmatrix, 2
- Avis-Fukuda-Algorithmus, 37, 155, 205, 221, 232
  
- Backtracking, 225
- Basisindexmenge, 157
- Basislösung, 30
- Basismatrix, 157
- Basisvariablen, 162
- beschränktes LP, 149
- beste Antwort, 13
  - alternative, 76, 79
- Bimatrix, 2
- Bimatrix, 229
- BimatrixForm, 3, 229
- Bimatrixspiel, 2, 110
- Bland'sche Regel, 162, 167, 223
- Bluffen, 1, 197
- Bourgeoisstrategie, 94
- Brouwer'scher Fixpunktsatz, 16
  
- charakteristische Gleichung, 201
- Chicken*, 41
- Cliquen, 236
  - maximale, 236
  
- depth-first-Suchstrategie, 224
- Dichtefunktion, 179, 183
- Dictionary, 161, 221
- DiscreteMath'Combinatorica', 25
- Dominanz, 125
  
- duales lineares Optimierungsproblem, 19
- Dualität, 152
- Duell, 200
  
- Eigenvektor, 201
  - entarteter, 202
- Eigenvektormatrix, 201
- Eigenwert, 83, 201
- Eigenwertproblem, 201
- Einschüchterer und Vergelter*, 85
- Eintrittsvariable, 162, 210
- entartetes Spiel, 21, 29, 30, 35, 39, 51, 110, 207, 213
- Entdeckungswahrscheinlichkeit, 43, 53, 171
- entering**, 162
- Enumeration, 24, 34
- erweiterter Träger, 73
- evolutionäres Spiel, 71
- Existenzsatz, 18, 115, 154
  - nichtkonstruktiv, 18
- Extensivform, 63, 109, 195
- Extremgleichgewicht, 21, 216
- Extrempunkt, 10, 30, 156
  - entarteter, 157
  - i-fast komplementärer, 207
  - komplementärer, 207
  - zulässiger, 207
- Extremstrategie, 36
  
- Falke und Taube*, 74, 93
- falsche Beschuldigung, 42
- feasible origin, 167
- Fehlalarm, 42, 53, 171
- Fehlalarmkosten, 42, 53, 63
- Fehler erster Art, 42
- Fehler zweiter Art, 43
- FindSol, 30
- Fitness, 74, 85, 89
- Fixpunkt, 96
- Flugabwehr, 168

- GameTheory** 'Bimatrix', 27, 229  
**GameTheory** 'VertexEnum', 221  
*Gefangenendilemma*, 41, 71  
 Gleichgewicht, 4, 9  
 – asymptotisch stabiles, 97, 107, 204  
 – auszahlungsdominiertes, 6, 145  
 – dynamisches, 95, 96  
 – elusives, 34  
 – Existenz, 73, 212  
 – gemischtes, 6  
 – isoliertes, 87  
 – obere Grenze, 35, 39, 78  
 – perfektes, 109, 113, 125, 138  
 – quasistriktes, 73, 74, 84  
 – symbolisches, 31, 231  
 – symmetrisches, 73, 76  
 – Verallgemeinerung, 47, 56, 65, 142, 169, 173, 186, 191  
 Gleichgewichtspaar, 4  
 Grenzyklus, 100, 102, 105  
  
 Haigh'sches Kriterium, 80, 82, 85  
 Holländische Auktion, 139  
 Hopf-Bifurkation, 103  
 Hyperebene, 10, 121  
  
 illegales Verhalten, 42  
 Indifferenz, 6, 66, 185  
 Informationsbezirk, 64  
 Inspektionsfrequenz, 52  
 Inspektionsspiele, 41, 147, 170  
 Integrate, 180  
 Internationale Atomenergieorganisation, 41, 52  
 iterative Eliminierung, 131, 140  
  
 Jacobi'sche Matrix, 100, 203  
 James Thurber, 1, 192  
  
*Kampf der Geschlechter*, 2, 24, 71, 138  
 kanonische Form, 30, 226  
 Kernwaffe, 52  
 Kommunikation, 4  
 Komplementaritätsmatrix, 23  
 konvexe Hülle, 11, 37  
 konvexe Menge, 10  
 konvexer Kegel, 120, 217  
 konvexes Polyeder, 11, 21, 217  
 Konvexkombination, 10  
 kooperative Spiele, 1  
 Kriegsspiele, 168  
 kritische Zeit, 52  
 künstliche Variablen, 30, 167  
  
 lateinisches Quadrat, 198  
 leaving, 163  
 legales Verhalten, 50, 63  
 Lemke-Howson-Algorithmus, 24, 34, 155, 168, 205, 211, 231  
 Lemmata of the alternative, 150  
 lexikographische Regel, 213, 225  
 lineare Optimierung, 147  
 lineares Komplementaritätsproblem (LCP), 14, 23  
 lineares Optimierungsproblem (LP), 13  
**LinearProgramming**, 13, 155  
**LinearSolve**, 28  
 Lorenzsystem, 103  
 Lyapunovexponente, 100, 102, 204  
 Lyapunovfunktion, 97, 99  
  
 Matrixspiel, 38, 109, 116, 148  
 Maxmin-Strategie, 8, 117, 147  
 Mefffehler, 42  
**Minimax**, 119, 229  
 Minimax-Theorem, 118  
 Minimum-Ratio-Test, 164, 208  
 Modellierung, 41  
  
 Nash-Bedingung, 50, 73  
 Nash-Gleichgewicht, 14  
 – äquivalenz, 24  
 – Existenz, 16  
 Nash-Komponente, 36, 38, 69, 139, 235  
**NashEq**, 27, 231  
**NashEqAF**, 226, 232  
**NashEqESS**, 83  
**NashEqLH**, 214, 231  
**NashEqPerfekt**, 135  
**NashEqQS**, 73  
**NashEqSym**, 73  
**NashEquilibria**, 31, 229  
 – **Algorithm**, 229  
 – **Select**, 229  
 – **Symbolic**, 229  
 negative Definitheit, 80  
 Nichtbasisvariablen, 162  
 Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit, 43  
 Normalform, 3, 109  
 nuklearer Reaktor, 52  
 Nullraum, 29  
**NullSpace**, 29  
 Nullsummenspiel, 32, 116, 147  
 Nutzensparameter, 2  
  
 optimale Kontrollstrategie, 171  
 optimaler zulässiger Vektor, 13

- organisches Wachstum, 95
- Orthogonalität, 202
- orthogonale Basis, 202
  
- paarer Graph, 236
- Paradoxstrategie, 94
- Perfektheit, 134
- periodische Inspektionen, 52
- physikalische Inventur, 175
- pivot**, 166
- Pivotisierung, 164
  - invertierte, 223
  - komplementäre, 34, 210
- Pivotspalte, 163
- Pivotzeile, 164
- Plutonium, 52
- Poker, 1, 192
- Polytop, 11, 217
- Population
  - monomorphe, 75
  - polymorphe, 75, 95
- Präferenzpfeile, 4, 65
- Punktattraktor, 97
  
- quadratisches Optimierungsproblem, 216
  
- RAND Corporation, 168
- Rang, 217
- Rationalität, 1, 8, 198
- Rationalzahl, 173
- rechtzeitige Entdeckung, 52
- Referenzzeitraum, 42, 52, 175
- rekursive Funktion, 91
- rekursives Spiel, 65, 147, 183, 189
- Replikatorendynamik, 95
- reversePivot**, 224
- Rückwärtsinduktion, 111, 135
  
- Schlupfvariablen, 25, 155, 161, 206
- Schmuggler, 188
- search**, 225
- Selten-Komponente, 139, 146
- seltener Attraktor, 100, 103
- sequentielles Spiel, 63
- Sequenzform, 195
- Simplex, 11
- simplex**, 167
- Simplex-Algorithmus, 30
- Simplextableau, 166, 211
  
- Simplexverfahren, 147, 155, 160, 161
- Simplify**, 205
- Spiel auf dem Einheitsquadrat, 178
- Spielwert, 116, 197
- Stapel, 225
- Stein-Schere-Papier*, 78
- Stieltjes'sches Integral, 178
- Strategie
  - dominierte, 126, 145
  - evolutionsstabile (ESS), 74, 75, 143
  - gemeinsame Menge, 12
  - gemischte, 5, 10, 178, 184
  - nichtdominierte, 109, 130
  - reine, 2, 5, 10
  - striktdominierte, 126, 193
- strenge Dualität, 19, 147
- strenger Dualitätssatz, 153
- Subsets**, 25
- symmetrisches Spiel, 71
  
- Teilspielperfektheit, 110
- Timing**, 34
- Träger, 13, 73
  - erweiterter, 73
- transponierte Form, 5
- triviale Lösung, 23, 206
  
- Undominated**, 131, 229
- unendliches Spiel, 89, 92, 147, 178
- unverfälschte Inspektionsprozedur, 47
  
- VE**, 221
- Verhaltensdynamik, 94
- Verhandlungen, 6
- Verifikation, 41
- Versteigerung, 139
- Vertexenumeration, 37, 221
- Vertragsverletzung, 42
  
- Wahrscheinlichkeitsvektor, 47
- Wahrscheinlichkeitsverteilung, 178, 183
  
- Zeitspiele, 175
- Zermürbung, 89
- Zöllner, 188
- Zufall, 43
- zulässiger Vektor, 13, 148
- zulässiges LP, 148
- Zweiphasenmethode, 167
- Zwischeninspektion, 175