

# Literaturverzeichnis

- [1] H. Anton, Elementary Linear Algebra, Wiley, 1987.
- [2] W. Aspray, John von Neumann and the Origins of Modern Computing, MIT Press, 1990.
- [3] W. E. Boyce, R. C. DiPrima, Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems, Wiley, 1986.
- [4] S. C. Brenner, L. R. Scott, The Mathematical Theory of Finite Element Methods, Springer-Verlag, New York 1994.
- [5] M. Braun, Differential Equations and Their Applications, Springer-Verlag 1992.
- [6] D. Colton, Partial Differential Equations, Random House, 1988.
- [7] S.D. Conte, C. de Boor, Elementary Numerical Analysis, an Algorithmic Approach, McGraw-Hill, 1972.
- [8] G. Dahlquist, Å. Björck, Numerical Methods, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1974.
- [9] P. J. Davis, R. Hersh, The Mathematical Experience, Birkhauser, 1980.
- [10] S. K. Godunov, V. S. Ryabekii, Difference Schemes, North-Holland, 1987.
- [11] G. H. Golub, C. F. van Loan, Matrix Computations, North Oxford Academic Publishing, 1983.
- [12] D. Gottlieb, S. A. Orszag, Numerical Analysis of Spectral Methods: Theory and Applications, Siam, Regional Conference Series in Applied Mathematics, 1977.
- [13] W. Hackbusch: Iterative Solution of Large Sparse Systems of Equations, Springer Verlag 1994.
- [14] E. Isaacson, H. B. Keller, Analysis of Numerical Methods, Wiley, 1966.
- [15] C. Johnson, Numerical Solution of Partial Differential Equations by the Finite Element Method. Cambridge University Press, Cambridge, 1987.

- [16] H. B. Keller, Numerical Methods for Two-Point Boundary-Value Problems, Blaisdell Publ. Comp. 1968.
- [17] H. O. Kreiss, J. Lorenz, Initial-Boundary Value Problems and the Navier-Stokes Equations, Academic Press, 1989.
- [18] J. D. Logan, Applied Mathematics, A Contemporary Approach, Wiley-Interscience, 1987.
- [19] J. D. Logan, An Introduction to Nonlinear Partial Differential Equations, Wiley-Interscience, 1994.
- [20] J. D. Murray, Mathematical Biology, Springer-Verlag, Biomathematics Texts, second ed. 1993.
- [21] M. H. Protter, H. F. Weinberger, Maximum Principles in Differential Equations, Springer-Verlag 1984.
- [22] J. Rauch, Partial Differential Equations, Springer Verlag 1991.
- [23] J. Smoller, Shock Waves and Reaction-Diffusion Equations, 2nd ed, Springer-Verlag 1994.
- [24] J. Stoer, R. Bulirsch, Introduction to Numerical Analysis, Springer-Verlag, 1980.
- [25] W. A. Strauss, Partial Differential Equations, Wiley, 1992.
- [26] J. C. Strikwerda, Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations, Wadsworth & Brooks/Cole, 1989.
- [27] V. Thomee, Finite Difference Methods for Linear Parabolic Equations, Handbook of numerical analysis, vol. I, editors: P. G. Ciarlet nad J. L. Lions. North-Holland 1990.
- [28] H. F. Weinberger, A first course in partial differential equations, Wiley, 1965.
- [29] G. B. Whitham, Linear and Nonlinear Waves, Wiley-Interscience, 1973.
- [30] E. Zauderer, Partial Differential Equations of Applied Mathematics, 2nd ed, Wiley-Interscience, 1989.
- [31] O. C. Zienkiewicz, The Finite Element Method in Engineering Science, McGraw-Hill, New York 1977.

# Index

- $C(\bar{\Omega}) \cap C^2(\Omega)$ , 192
- $O$ -Notation, 29
- $D_h$ , 57
- $D_{h,0}$ , 57
- $C_0^2((0,1))$ , 44
- $C^2((0,1))$ , 43
- $C((0,1))$ , 43
- $\|f\|_\infty$ , 45
  
- Abbruchfehler, 63, 151, 227
- Abklingen der Ableitungen, 354, 362
- Abstand im quadratischen Mittel, 262
- algebraische Gleichungen, 1, 47
- Anfangsbedingung, 4, 10
- Angewandte Mathematik, 179
- asymptotische Lösung, 340, 341, 348, 354, 360
- asymptotisches Verhalten, 360, 364
  
- bedingt stabil, 144
- Bisektionsverfahren, 258
- blow up, 356
  
- Cauchy Problem, 10, 11, 22
- Cauchy-Schwarzsche Ungleichung, 34, 262, 264
- Charakteristiken-Methode, 11
- CPU Zeit, 144, 231, 233
- Crank-Nicholson, 152, 337
  
- d'Alemberts Formel, 17, 159
- diagonal dominante Matrizen, 53
- Differenzenstern, 120, 152, 223
- Diffusion
  - gleichung, 17
  - Ficksche, 343
  
- Dirichlet
  - Daten, 194
  - Kernfunktion, 290
  - Randbedingungen, 39, 98
- diskrete Funktionen, 58
- diskrete harmonische Funktionen, 195, 238
- Dreiecksungleichung, 34, 262
  
- Eigenfunktion, 65, 94, 100
- Eigenvektor, 34, 65
- Eigenwert-Problem, 99
- Eigenwertaufgabe, 255
- Eigenwerte, 34, 65, 100
- Eindeutigkeit, 39, 183
- Einfrieren von Koeffizienten, 137
- endliche Fourier-Reihen, 71, 80
- endliche Fourier-Summen, 95
- Energie, 351
- Energieabschätzung, 353
- Energieargumente, 102, 111, 145, 162, 239
- erster Ordnung, 2
- Existenz, 39
  - von Lösungen, 351
- explizit
  - Schema, 119, 183, 189, 341, 361
- Explosion der Lösung, 356
  
- Fünf Punkt-Operator, 196
- Faltung, 377
- Fehleranalyse, 84
- Fickscher Diffusionsterm, 343
- Ficksches Gesetz, 343
- finite Differenzen, 46
  - Schema, 117
- Finite Elemente Methoden, 119

- Fisher  
 Gleichung von, 343  
 formale Lösung, 90, 100, 108  
 Fourier  
 Analyse, 122  
 Joseph, 87  
 Methode, 87  
 Reihen, 31  
 Transformation, 367  
 Fourier–Cosinus–Reihe, 101, 107  
 Fourier–Sinus–Reihe, 96  
 Fourierkoeffizienten, 95, 96  
 Fourierreihe, 96, 243, 254  
 Freiheitsgrade, 57  
 Fundamentallösung, 379
- Gaußscher Integralsatz, 215  
 Gaußsche Elimination, 50, 55, 148  
 gehorchen  
 einem Modell, 179  
 Genauigkeit, 130  
 gerade Fortsetzung, 249, 250  
 gerade Funktion, 247  
 Gitter, grob, 121  
 Gitterfeinheit, 48, 121  
 Gitterparameter, 122  
 Gitterpunkte, 47, 57  
 glatte Funktion, 10  
 Glattheit, 43  
 Gleichgewichtszustand, 353  
 gleichmäßige Konvergenz, 286  
 Gleichung von Fisher, 344, 351  
 asymptotische Lösung, 360  
 asymptotisches Verhalten, 360  
 invarianter Bereich, 360  
 Maximumprinzip, 360
- Greensche Formel  
 erste, 218, 219  
 zweite, 218, 219  
 Greensche Funktion, 42, 72, 73  
 grobes Gitter, 48  
 Gronwallsche Ungleichung, 273, 361
- harmonische Funktionen, 191, 218  
 Heavyside Funktion, 18, 20, 27, 368
- Hilfsfunktion, 42, 177  
 homogen, 3  
 Höldersche Ungleichung, 264, 358
- implizites Schema, 139, 186  
 inhomogen, 2  
 inneres Produkt, 58, 95  
 instabil, 5  
 Instabilität, 122  
 Interpolation, 80  
 invarianter Bereich, 345, 348, 351, 352, 360  
 inverse Fouriertransformation, 374  
 inverse Transformation, 374
- Jakobi–Matrix, 210  
 Jensen  
 Ungleichung von, 361, 365
- Kompatibilitätsbedingungen, 182  
 konsistent, 63  
 Konvergenz, 63  
 –ordnung, 48, 50  
 diskreter Lösungen, 63  
 im quadratischen Mittel, 264  
 superlinear, 29  
 von Folgen, 28  
 von Fourierreihen, 285
- Konvergenzordnung, 29, 48, 50  
 Konvergenzrate, 148  
 Kreisscheibe, 211  
 Kreissektor, 214
- Laplace Gleichung, 192, 382  
 Laplace–Operator, 191  
 linear abhängig, 31  
 linear unabhängig, 70  
 linear unabhängige Vektoren, 31  
 lineare Algebra, 31  
 lineare Gleichung, 3  
 Linearisierung von Gleichungen, 137  
 Linearkombination, 34  
 logistische Gleichung der Bevölkerungsentwicklung, 341  
 logistisches Modell  
 Bevölkerungswachstum, 339

- Matlab, 348
- Matrix
  - Determinante, 32
  - diagonal dominant, 53
  - Polynom, 35
  - positiv definite, 35, 55
  - positiv semidefinite, 35
  - reell positiv, 36
  - regulär, 32
  - singulär, 32
  - symmetrische, 34, 68, 78
  - tridiagonale, 50
- Maximumnorm, 286
- Maximumprinzip, 44, 61, 175, 181, 182, 188, 348, 360
  - harmonische Funktionen, 191
  - Laplace, 191
  - nichtlineare Wärmeleitungsgleichung, 187
  - Poisson, 192
  - Wärmeleitungsgleichung, 178
  - Zweipunkt Randwertaufgabe, 44, 61, 175
- Mittelwerteigenschaft, 220
- Neumann, 98
  - Problem, 98
  - Randbedingungen, 73, 98, 343
- Newton Verfahren, 258
- nicht verschwindende Funktion, 65
- nichtlineare Gleichung, 3
- nichtlineare Probleme, 117
- nichtlineare Wärmeleitungsgleichung, 137, 139, 155
- nichttrivial, 65
- Norm, 33
- Null-Determinante, 32
- Ordnung
  - der Konvergenz, 29
  - von Differentialgleichungen, 2
- orthogonal, 66, 69, 243
- orthonormal, 33
- Oszillation, 124, 130
- p-periodisch, 246
- Parallelrechnen, 118
- partielle Integration, 59
- partielle Summation, 59
- partikuläre Lösungen, 89, 100, 123
- periodische Fortsetzung, 246
- periodische Randbedingungen, 73, 98
- Phänomen von Gibbs, 299
- Poincaré Ungleichung, 355
- Poisson Gleichung, 39, 40, 175, 192
- Poisson Kern, 383
- Polarkoordinaten, 210
- Populationsmodelle, 362
  - konkurrierende Spezies, 363
  - Symbiose, 364
- positiv, 55
  - definit, 35, 60, 142
  - reell, 36
  - semidefinit, 35, 100
- positivdefinite
  - Matrizen, 35
- Pythagoras, 34
- Rückwärtseinsetzen, 51
- Randbedingungen, 97
  - Dirichlet, 39, 98
  - Neumann, 98, 343, 385
  - periodische, 73, 98
  - Robin, 98, 257
- Rang, 32
- Reaktions-Diffusionsgleichungen, 339
- reguläre Matrix, 32
- Regularisierung, 180
- Robin-Randbedingungen, 98, 257
- Rundungsfehler, 55
- Schema
  - Abbruchfehler, 63
  - explizit, 119, 183, 189, 361
  - finite Differenzen, 117
  - Gleichung von Fisher, 343
  - implizit, 186
  - konsistent, 63
  - Konvergenz, 63, 148
  - oszillierendes, 122, 124
  - semi-implizit, 361
  - stabiles, 129, 132, 136, 140, 143

- Schrittweite
  - in Zeitrichtung, 119
- semi-implizit
  - Schema, 361
- Semidiskrete Approximation, 113
- Separation, 90
- Separationsansatz, 89
- singuläre Matrix, 32
- Skalarprodukt, 33
- Speicherplatzbedarf, 118
- Spektral Methoden, 118
- spezielle Lösung, 132, 134
- Störungen der Anfangsdaten, 104
- stückweise stetig, 245
- stabil, 5
- Stabilität, 74, 104, 129, 183
  - bedingte, 144
  - unbedingte, 144
  - von Neumannsche, 123, 132, 136
- Stabilitätsanalyse, 143
- Stabilitätsbedingung, 130, 140
- stationäre Lösung, 6
- stencil, 120
- Sturm-Liouville Operator, 260
- Sturm-Liouville Probleme, 259
- superlineare Konvergenz, 29
- Superpositionsprinzip, 89, 92
- Symmetrie, 58, 142
- symmetrischer Operator, 68
  
- Taylor Reihen, 46
- Taylor-Entwicklung, 30
- Trapezregel, 58, 82, 129
- Trennung der Variablen, 89
  
- Trennung der Veränderlichen, 90, 160
- tridiagonal, 53, 56
  
- unbedingt stabil, 144
- unendliche Reihen, 118
- ungerade Fortsetzung, 249
- ungerade Funktion, 247
- Ungleichung von Jensen, 366
  
- variable Koeffizienten, 2, 10, 117
- Vektoren
  - Cauchy-Schwarzsche Ungleichung, 34
  - Dreiecksungleichung, 34
  - linear abhängige, 31
  - linear unabhängig, 31
  - Linearkombination, 34
  - Norm, 33
  - orthonormal, 33
  - Pythagoras, 34
  - Skalarprodukt, 33
- vierter Ordnung, 2
- Vollständigkeit, 90
- von Neumannsche Methode, 186
- von Neumannsche Stabilitätsanalyse, 123, 132
  
- Wärmeleitungsgleichung, 17, 87, 178, 379
  - nichtlinear, 137, 187
- Wellengeschwindigkeit, 160
- Wellengleichung, 15
  
- Zufallszahl, 348
- Zweipunkt-Randwertaufgabe, 39, 175
- zweiter Ordnung, 2