

Verwendete Formelzeichen und Symbole

Den Formelzeichen und Symbolen ist jeweils eine Dimension im technischen Maßsystem zugeordnet. Es treten dabei die Grundgrößen Länge $[L]$, Zeit $[T]$ und Kraft $[F]$ auf. Bei den Formelzeichen, deren Dimension problemabhängig ist, ist ein Stern aufgeführt. Haben die Elemente eines Vektors oder einer Matrix unterschiedliche Dimensionen, so werden diese getrennt durch ein Semikolon aufgeführt.

⊙ Allgemein verwendete Symbole

<u>Symbol</u>	<u>Dimension</u>	<u>Beschreibung</u>
$\begin{bmatrix} - \end{bmatrix}$	*	Vektor
$\begin{bmatrix} + \\ + \end{bmatrix}$	*	Matrix
(n, m)	–	Größe einer Matrix mit n Zeilen und m Spalten
(u_i, v_j)	–	Element einer Steifigkeitsmatrix aus der Zeile u_i und Spalte v_j
\textcircled{i}	–	Elementnummer i
\boxed{j}	–	Knotennummer j
C^m	–	C^m -Variationsproblem
\cdot	–	Skalarprodukt
\forall	–	für alle
$:$	–	doppelt skalares Produkt
\times	–	Kreuzprodukt
∇	$\frac{1}{L}$	Nabla-Operator in kartesischen Koordinaten

<u>Symbol</u>	<u>Dimension</u>	<u>Beschreibung</u>
∇T	*	Vektorfeld
$\nabla \vec{u}$	*	dyadisches Feld
∇_{Δ}	–	Nabla-Operator in Dreieckskoordinaten
∇_V	–	Nabla-Operator in Volumenkoordinaten
Δ	$\frac{1}{L^2}$	Laplace-Operator
$\vec{\Delta}$	$\frac{1}{L^2}$	Vektor mit zweiten Ableitungen in kartesischen Koordinaten
Δ_{Δ}	–	Hessematrix in Dreieckskoordinaten
$\vec{\Delta}_{\Delta}$	$\frac{1}{L^2}$	Vektor mit zweiten Ableitungen in Dreieckskoordinaten
δ	–	Variationssymbol
$\frac{\partial}{\partial x}$	$\frac{1}{L}$	partielle Ableitung
$\frac{d}{dx}$	$\frac{1}{L}$	totale Ableitung
\underline{L}	$\frac{1}{L}$	Differentialoperator in kartesischen Koordinaten
\underline{L}_{Δ}	$\frac{1}{L}$	Differentialoperator in Dreieckskoordinaten
\underline{L}_V	$\frac{1}{L}$	Differentialoperator in Volumenkoordinaten
$\ \cdot \ _{\infty}$	–	Maximumnorm
$ $	–	Betrag; Determinante

⊙ **Superskripte**

<u>Symbol</u>	<u>Dimension</u>	<u>Beschreibung</u>
i	–	Elementnummer
(j)	–	Lastfall j
R	–	Reaktionsgröße

⊙ Indizes

<u>Symbol</u>	<u>Dimension</u>	<u>Beschreibung</u>
g	–	globales Koordinatensystem
i	–	Nummer eines Elementes oder Knotens
x	L	x -Achse
y	L	y -Achse
z	L	z -Achse

⊙ Griechische Buchstaben

<u>Symbol</u>	<u>Dimension</u>	<u>Beschreibung</u>
α	$\frac{F}{T L_{\text{grd}}}$	Wärmeübergangskoeffizient
α	–	Winkel
β	–	Schlankheitsgrad
$\bar{\gamma}$	–	Mittlere Schubdehnung
Γ	L	Integrationsgrenze
ε	–	Dehnung
η	$\frac{F T}{L^2}$	Dynamische Viskosität
θ	–	Verdrehung
Θ	–	Verdrillung
\varkappa	–	Konditionszahl, Schubfaktor
\varkappa	$\frac{1}{L}$	Krümmung
λ	$\frac{F}{T_{\text{grd}}}$	Wärmeleitfähigkeit
λ	*	Lagrange'sche Parameter, Eigenwert
ν	–	Querkontraktion
ξ	–	natürliche Koordinate

<u>Symbol</u>	<u>Dimension</u>	<u>Beschreibung</u>
ψ	–	Hilfsgröße (Abkürzung)
Π	★	Gesamtpotential
Π_F	FL	Formänderungsarbeit
Π_a	FL	Potential der äußeren Kräfte
ρ	$\frac{FT^2}{L^4}$	Materialdichte
$\tilde{\sigma}$	$\frac{F}{L^2}$	auf einen Knoten extrapolierte Spannung
σ_{ii}	$\frac{F}{L^2}$	Normalspannung
σ_{ij}	$\frac{F}{L^2}$	Schubspannung
τ	$\frac{F}{L^2}$	Schubspannung
$\bar{\tau}$	$\frac{F}{L^2}$	mittlere Schubspannung
φ	–	Verdrehung oder Richtungswinkel
ϕ	★	skalare Potentialgröße
$\tilde{\phi}$	★	Näherungsfunktion
Φ	$\frac{F}{TL^2}$	Wärmequellendichte
ω	$\frac{1}{T}$	Kreisfrequenz
Ω	L^2	Fläche

⊙ **Lateinische Buchstaben**

<u>Symbol</u>	<u>Dimension</u>	<u>Beschreibung</u>
a_i	–	Ansatzkoeffizienten
A	L^2	Fläche
A_Δ	L^2	Fläche eines Dreieckselementes
\bar{A}	–	mittlere Fläche
b	–	halbe Bandbreite

<u>Symbol</u>	<u>Dimension</u>	<u>Beschreibung</u>
e, \mathcal{E}	\star	Fehler
E	$\frac{F}{L^2}$	E-Modul
$E I$	$F L^2$	Biegesteifigkeit des Balkens
f	–	skalärer Faktor; Eigenfrequenz
g	–	skalärer Faktor
\tilde{f}	–	linear unabhängige Funktion
F_f	F	Federkraft
${}^i F_{x_j}$	F	Schnittkraft in x -Richtung des Elementes i am Knoten j
${}^R F_{x_j}$	F	Auflagerreaktion in x -Richtung am Knoten j
g	$\frac{L}{T^2}$	Beschleunigung
H, h	L	Höhe
I	L^4	Flächenträgheitsmoment
k	$\frac{F}{L}$	Federsteifigkeit; Stabsteifigkeit
L, l	L	Längen
m	$\frac{F T^2}{L}$	Masse
m_i	FL	Moment am Knoten i aus einer Streckenlast
M	FL	Moment
M_T	FL	Torsionsmoment
${}^i M_j$	FL	Schnittmoment des Elementes i am Knoten j um die z -Achse drehend
${}^R M_j$	FL	Auflagerreaktion in Form eines Momentes am Knoten j
N_i	\star	i -te Formfunktion von N
\mathbb{N}	–	Menge der natürlichen Zahlen

<u>Symbol</u>	<u>Dimension</u>	<u>Beschreibung</u>
\mathbb{N}^*	–	Menge der natürlichen Zahlen ohne Null
p	–	Konvergenzordnung; Anzahl Nachkommastellen
p	$\frac{F}{L^2}$	Druck, Flächenlast
P	F	Längskraft, Schnittkraft
q	$\frac{F}{L}$	Streckenlast
q	$\frac{F}{TL}$	Wärmestromdichte
Q	$\frac{FL}{T}$	punktförmiger Wärmestrom
${}^i\bar{Q}_j$	$\frac{F}{T}$	bezogener, punktförmiger Wärmestrom am Knoten j vom Element i kommend
\bar{Q}	$\frac{F}{T}$	auf die Dicke bezogener, punktförmiger Wärmestrom
Q_i	$\frac{F}{L}$	Kraft am Knoten i aus einer Streckenlast
\mathbb{R}	–	Menge der reellen Zahlen
\mathbb{R}^*	–	Menge der reellen Zahlen ohne die Null
\mathbb{R}_+	–	Menge der nicht negativen reellen Zahlen
\mathbb{R}_+^*	–	Menge der positiven reellen Zahlen
S_{ki}	L	Kantenlänge eines Dreieckselementes zwischen den Knoten k und i
t	L	Scheibendicke; Plattendicke
T	grad	Temperatur
T_u	grad	Umgebungstemperatur
u, v, w	L	Verschiebungen
\dot{u}	$\frac{L}{T}$	Geschwindigkeit in x -Richtung
\bar{u}	$\frac{L}{T}$	Mittlere Geschwindigkeit in x -Richtung
\ddot{u}	$\frac{L}{T^2}$	Beschleunigung
V	L^3	Volumen

<u>Symbol</u>	<u>Dimension</u>	<u>Beschreibung</u>
\dot{V}	$\frac{L^3}{T}$	Volumenstrom
\dot{v}	$\frac{L}{T}$	Geschwindigkeit in y -Richtung
\bar{v}	$\frac{L}{T}$	Mittlere Geschwindigkeit in y -Richtung
w	L	Durchbiegung
\dot{w}	$\frac{L}{T}$	Geschwindigkeit in z -Richtung
\bar{w}	$\frac{L}{T}$	Mittlere Geschwindigkeit in z -Richtung
w_i	–	Gewichtungsfaktoren
x, y, z	L	globales Koordinatensystem
$\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$	L	lokales Koordinatensystem
Z	*	Zielfunktion

⊙ Vektoren

<u>Symbol</u>	<u>Dimension</u>	<u>Beschreibung</u>
$\vec{0}$	–	Nullvektor
\vec{a}	–	Vektor der Koeffizienten der Ansatzfunktion
\vec{a}_a	*	durch Randbedingungen bestimmte Koeffizienten
\vec{a}_b	*	unbekannte Koeffizienten
\vec{b}	$\frac{F}{L^3}$	Vektor der Volumenkräfte
\vec{B}	$\frac{1}{L}$	Dehnungs-Verschiebungs-Vektor
$\vec{e}_{x,y,z}$	–	Basisvektor; Einheitsvektor
\vec{F}	$F; FL$	Vektor der äußeren Belastungen
\vec{F}	$\frac{FL}{T}$	Vektor der punktförmigen Wärmequellen
\vec{F}_Q	$\frac{FL}{T}$	Vektor infolge der Wärmequellendichte Φ
\vec{F}_q	$\frac{FL}{T}$	Vektor infolge des Wärmeüberganges

<u>Symbol</u>	<u>Dimension</u>	<u>Beschreibung</u>
\vec{F}_R	$\frac{FL}{T}$	Vektor infolge des Wärmeüberganges auf den Rändern
${}^j\vec{F}$	$F; FL$	Schnittgrößen des Elementes j
\vec{g}	$\frac{L}{T^2}$	Beschleunigungsvektor
\vec{G}	F	Vektor aus Volumenkräften
\vec{L}	–	Vektor mit Dreiecks- oder Volumenkoordinaten
\vec{M}	F	Momentenvektor der Platte
\vec{n}	–	Normalenvektor
\vec{N}	★	Vektor der Formfunktionen
\vec{p}	$\frac{F}{L^2}$	Vektor der Randspannungen
\vec{P}	F	Vektor der Bodenkräfte
\vec{P}	L	Punkt der Biegelinie des Balkens
\vec{P}	F	Vektor aus Flächenlasten
\vec{q}	$\frac{F}{L}$	Vektor der Streckenlasten
${}^{ij}\vec{q}$	$\frac{F}{L}$	Streckenlastenvektor zwischen den Knoten i und j
\vec{q}	$\frac{FT}{L}$	Wärmestromdichte
\vec{R}	F	Vektor infolge inhomogener Randbedingungen
\vec{u}	L	Verschiebungsvektor
${}^{1,2}\vec{u}$	L	Eigenvektoren
\vec{u}	$\frac{L}{T}$	Geschwindigkeitsvektor
$\vec{\bar{u}}$	$\frac{L}{T}$	Vektor der mittleren Geschwindigkeiten
$ \vec{\bar{u}} $	$\frac{L}{T}$	Betrag des mittleren Geschwindigkeitsvektors
$\vec{\ddot{u}}$	$\frac{L}{T^2}$	Beschleunigungsvektor
$\vec{\hat{u}}$	L	Verformungsvektor des Scheibenelementes
${}^j\vec{\hat{u}}$	★	Verformungsvektor des Elementes j

<u>Symbol</u>	<u>Dimension</u>	<u>Beschreibung</u>
\vec{w}	$L; -$	Vektor der Knotenverformungen des zweidimensionalen Balkenelementes in globalen Koordinaten
$\vec{\tilde{w}}$	$L; -$	Verformungsvektor des zweidimensionalen Balkenelementes in lokalen Koordinaten
\vec{x}	$L; -$	Vektor der Koordinaten der Ansatzfunktionen
\vec{X}	L	Aufpunktvektor
$\vec{\varepsilon}$	$-$	Dehnungsvektor
$\vec{\lambda}$	$*$	Vektor der Lagrange Multiplikatoren
$\vec{\Lambda}$	$*$	Vektor der Eigenwerte
$\vec{\sigma}$	$\frac{F}{L^2}$	Spannungsvektor
$\vec{\sigma}_g$	$\frac{F}{L^2}$	Vektor der Spannungen in den Gaußpunkten
$\vec{\tilde{\sigma}}$	$\frac{F}{L^2}$	Vektor der geglätteten Knotenspannungen
$\vec{\tau}$	$\frac{F}{L^2}$	Schubspannungsvektor
$\vec{\phi}$	$*$	Vektor der skalaren Knotengrößen

⊙ **Matrizen/Tensoren**

<u>Symbol</u>	<u>Dimension</u>	<u>Beschreibung</u>
$\underline{0}$	$-$	Nullmatrix
\underline{A}^T	$*$	transponierte Matrix
\underline{A}^{-1}	$*$	inverse Matrix
\underline{A}	$*$	Koeffizientenmatrix
\underline{B}	$\frac{1}{L}$	Dehnungs-Verschiebungs-Matrix
\underline{B}	$*$	Koeffizientenmatrix
\underline{C}	$*$	Matrix zur Verknüpfung von kartesischen und Dreieckskoordinaten

<u>Symbol</u>	<u>Dimension</u>	<u>Beschreibung</u>
\underline{C}	*	obere Dreiecksmatrix
\underline{C}	*	Koeffizientenmatrix
\underline{C}	*	Matrix mit Zwangsbedingungen
\underline{iC}	–	Koinzidenzmatrix des Elementes i
$\underline{\underline{D}}$	$\frac{F}{L^2}$	Werkstofftensor vierter Stufe
\underline{D}	*	Diagonalmatrix
\underline{D}	$\frac{F}{L^2}$	Werkstoffmatrix
\underline{D}	$\frac{F}{T_{\text{grd}}}$	Matrix der Wärmeleitfähigkeiten
\underline{e}	–	Dehnungstensor
\underline{E}	–	Einheitsmatrix
\underline{G}	*	Matrix mit Ableitungen von Formfunktionen
\underline{J}	–	Jakobi-Matrix
\underline{K}	$\frac{F}{L}$	Steifigkeitsmatrix
\underline{K}_E	$\frac{F}{L^2}$	elastische Steifigkeitsmatrix
\underline{K}_G	$\frac{F}{L^2}$	geometrische Steifigkeitsmatrix
\underline{K}_g	*	Gesamtsteifigkeitsmatrix
\underline{K}_w	$\frac{FL}{T_{\text{grd}}}$	Wärmeleitungsmatrix
\underline{K}_k	$\frac{FL}{T_{\text{grd}}}$	Konvektionsmatrix
\underline{K}_B	$\frac{F}{L}$	Steifigkeitsmatrix des Bodens
$\underline{\bar{K}}$	$\frac{F}{L}$	Steifigkeitsmatrix in einem lokalen KOS
\underline{M}	$\frac{FT^2}{L}$	Massenmatrix
\underline{n}	–	Matrix mit den Komponenten des Normalenvektors
\underline{N}	$L; -$	Matrix der Formfunktionen
\underline{P}	*	Matrix mit Formfunktionen

<u>Symbol</u>	<u>Dimension</u>	<u>Beschreibung</u>
\underline{Q}	*	Matrix mit Formfunktionen
\underline{Q}'	*	Matrix mit den Ableitungen von Formfunktionen
\underline{s}	–	Spannungstensor
\underline{T}	–	Transformationsmatrix
\tilde{T}	–	Hilfsgröße
\underline{X}	–	Koeffizientenmatrix
\underline{Y}	$\frac{1}{L^2}$	Matrix zur Verknüpfung von $\vec{\Delta}$ und $\vec{\Delta}_\Delta$

Literaturverzeichnis

- [1] Adina Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analysis, 71 Elton Avenue, Watertown, MA 02472, USA. *Adina*.
- [2] A. Adini and R. Clough. Analysis of plate bending by the finite element method. Technical Report G 7337, Rep. Nat. Sci. Foundation Grant, 1960.
- [3] B.M. Ahmad. Analysis of thick and thin shell structures by curved finite elements. *Int. Journal For Numerical Methods In Engineering*, 2, 1970.
- [4] E. Ålstedt. Shell analysis using planar triangular elements. In K. Holand, J. and Bell, editor, *Finite Element Methods in Stress Analysis*, The Technical University of Norway; Trondheim – Norway, 1972.
- [5] J. Angeles. *Dynamic Response of Linear Mechanical Systems*. Springer, 2012.
- [6] J. Argyris. Continua and discontinua, opening address. In *Proc. (1st) Conf. on Matrix Methods in in Struct. Mech.*, Wright Patterson A.F. Base, Ohio, 1965. Air Force Inst. of Tech.
- [7] K.J. Bathe. *Finite-Element-Methoden*. Springer-Verlag, 1986.
- [8] J.L. Batoz, K.J. Bathe, and L.W. Ho. A study of three - node triangular plate elements. *Int. J. for Numerical Methods in Eng.*, 15, 1980.
- [9] G.P. Bazeley, Y.K. Cheung, B.M. Irons, and O.C. Zienkiewicz. Triangular elements in plate bending – conforming and nonconforming solutions. In *Proc. (1st) Conf. on Matrix Methods in in Struct. Mech.*, pages 805–823, Wright Patterson A.F. Base, Ohio, 1965. Air Force Inst. of Tech.
- [10] E.B. Becker, G.F. Carey, and J.T. Oden. *Finite Elements - An Introduction*. Volume I. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1981.
- [11] K. Bell. Analysis of thin plates in bending using triangular finite elements. Technical report, Division of Struct. Mech., Technical University of Norway, Trondheim, 1968.
- [12] M.P. Bendsøe and O. Sigmund. *Topology Optimization*. First Edition. Springer Verlag, 2002.
- [13] J. Betten. *Elementare Tensorrechnung für Ingenieure*. Vieweg, 1977.
- [14] J. Betten. *Kontinuumsmechanik*. Springer-Lehrbuch, 1993.
- [15] K. Bosch. *Mathematik-Taschenbuch*. R. Oldenburg Verlag, 1989.
- [16] T.J. Chung. *Finite Elemente in der Strömungsmechanik*. Carl Hanser Verlag, 1982.
- [17] J.C. Clegg. *Variationsrechnung*. Teubner, 1970.

- [18] E. Cuthill. Several strategies for reducing the bandwidth of matrices. In *Sparse Matrices and Their Applications*. Rose, D.J. and Willoughby R.A., Plenum Press, New York, 1972.
- [19] E. Cuthill and J. McKee. Reducing the bandwidth of sparse symmetric matrices. In *ACM Proceedings of 25th National Conference*, New York, 1969.
- [20] G. Dahlquist and Å. Björck. *Numerical Methods*. Prentice-Hall, 1974.
- [21] S. Dworatschek. *Grundlagen der Datenverarbeitung*. de Gruyter Lehrbuch, 1989.
- [22] A. Einstein. Die Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie. *Analen der Physik*, 49(4):769–822, 1916.
- [23] L. Elsgolc. *Variationsrechnung*. B-I- Hochschultaschenbücher Band 431, 1970.
- [24] G. Engeln-Müllges, K. Niederdrenk, and R. Wodicka. *Numerik-Algorithmen*. Springer, 2011.
- [25] FE-Design GmbH, Haid und Neu Str. 7, Karlsruhe , 76131. *TOSCA*, TOSCA Revision 6.0 edition.
- [26] T. Fließbach. *Mechanik Lehrbuch zur Theoretischen Physik I*. Spektrum, 2006.
- [27] G.E. Forsythe, M.A. Malcom, and C.B. Moler. *Computer Methods for Mathematical Computations*. Prentice-Hall, 1977.
- [28] Engeln-Müllges G. and Reutter F. *Formelsammlung zur Numerischen Mathematik*. Wissenschaftsverlag B-I, 1988.
- [29] R.H. Gallagher. *Finite-Element-Analysis*. Springer-Verlag, 1976.
- [30] W. Gawehn. *Finite Element Methode*. Friedr. Vieweg & Sohn ; Braunschweig/Wiesbaden, 1985.
- [31] I.M. Gelfand and S.V. Fomin. *Calculus of Variations*. Prentice-Hall, 1963.
- [32] H. Goldstein. *Klassische Mechanik*. Akademische Verlagsgesellschaft, 1974.
- [33] Irons B.M. G.P. Bazeley, Y.K. Cheung B.M. and Zienkiewicz O.C. Triangular elements in plate bending - conforming and nonconforming solutions. *Proc. Conf. on Matrix Methods in Structural Mechanics, WPAFB, Ohio, in AFFDL TR 66-80*, pages 547–576, 1965.
- [34] L. Hermann. Interpretation of finite element procedure in stress error minimisation. *J. ASCE 98, EM5*, pages 1331–1336, 1972.
- [35] E. Hinton. *Least squares smoothing using finite elements*. M.Sc. thesis, Dept. of Civil Eng., University College Swansea, Wales, 1968.

- [36] E. Hinton and J. Campbell. Local and global smoothing of discontinuous finite element functions using a least square method. *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering*, 8:461–480, 1974.
- [37] E. Hinton and D.R.J. Owen. *An Introduction to Finite Element Computations*. Pineridge Press Limited, 1979.
- [38] E. Hinton, F. Scott, and R. Ricketts. Local least squares stress smoothing for parabolic isoparametric elements. *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering*, 9:235–238, 1975.
- [39] Pawlowski J. *Die Ähnlichkeitstheorie in der physikalisch-technischen Forschung*. Springer-Verlag, 1971.
- [40] A. Jennings. *Matrix Computation for Engineers and Scientists*. John Wiley & Sons, 1977.
- [41] G. Kirchhoff. Über das Gleichgewicht und die Bewegung einer elastischen Scheibe. *Crelles J.*, 40:51–88, 1850.
- [42] H. Leipholz. *Einführung in die Elastizitätstheorie*. G. Braun Karlsruhe, 1968.
- [43] MARC Analysis Research Corporation, 260 Sheridan Avenue, Palo Alto, CA 94306. *MARC Finite-Element-Program*, MARC Revision K6.1 edition.
- [44] W. McGuire and Gallagher R.H. *Matrix Structural Analysis*. John Wiley & Sons, 1979.
- [45] K.O. Monagan and K.M. Geddes. *Maple 15.0 Introductory Programming Guide*. First Edition. Waterloo Maple Inc., 2012.
- [46] D. Netzel. *Beitrag zur wirklichkeitsnahen Berechnung und Bemessung einachsig ausgesteifter, schlanker Gründungsplatten*. PhD thesis, Diss. an der TU Stuttgart, 1973.
- [47] H. Neuber. *Kerbspannungslehre*. Springer-Verlag, 1985.
- [48] J. T. Oden and H.J. Brauchli. On the calculation of consistent stress distributions in finite element applications. *Int. J. Num. Meth. Engng.* 3, pages 317–325, 1971.
- [49] Bridgeman P.W. *Dimensional Analysis*. Yale Univ. Press, 1948.
- [50] Python Software Foundation, Version 3.2.2, Delaware (USA). *Guido van Rossum*.
- [51] J.F. Rosanoff and J.F. Gloudeman. Numerical conditioning of stiffness matrix formulation for frame structures. In *Technical Report AFFDL-TR-68-150*, USAF Flight Dynamics Laboratory, Wright-Patterson Air Force Base, 1968.
- [52] J.R. Roy. Numerical Error in Structural Solutions. *Proc. ASCE J1 of the Struct. Div.*, No. ST4(97):1039–1054, 1971.

- [53] W. Schnell and H. Eschenauer. *Elastizitätstheorie II. Schalen*. B.I.-Wissenschaftsverlag, 1984.
- [54] Siemens PLM Software, Unigraphics NX 7.5. *NX NASTRAN SOL 101*.
- [55] B. Specht. Modified Shape Functions for the Three-node Plate Bending Element Passing the Patch Test. *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering*, 26(3):705–715, 1988.
- [56] J.H. Spurk. *Einführung in die Theorie der Strömungen*. Fourth Edition. Springer Verlag, 1996.
- [57] Steinhilper u. Röper. *Maschinen- und Konstruktionselemente 3*. Second Edition. Springer Verlag, 1996.
- [58] P. Steinke. Ermittlung des Einflusses konstruktiver und werkstoffkundlicher Parameter auf das statische Verhalten des Systems Werkzeugmaschine-Fundament-Baugrund. Unveröffentlicht, 1978.
- [59] P. Steinke. *Verfahren zur Spannungs- und Gewichtsoptimierung von Maschinenbauteilen*. PhD thesis, Diss. an der RWTH Aachen, 1983.
- [60] P. Steinke. Gewichts- und Spannungsoptimierung von Tragwerken. 16. *Stahlbauseminar Steinfurt*, 1997.
- [61] P. Steinke. Topologie- und Formoptimierung von Maschinenbauteilen. Technical report, Trafo-Projekt des Landes Nordrhein-Westfalen, 2007.
- [62] G. Strang and G.J. Fix. *An Analysis of the Finite Element Method*. Prentice-Halle, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1973.
- [63] Structural Dynamics Research Corporation, 2000 Eastman Drive Milford, Ohio 45150. *I-DEAS Geomod · Solid Modeling and Design, User's Guide*, I-DEAS Level 9 edition.
- [64] J. Szabó. *Höhere Technische Mechanik*. 5-te Auflage. Springer-Verlag, 1972.
- [65] S.P. Timoshenko and J.M. Gere. *Theory Of Elastic Stability*. Second Edition. Mc Graw-Hill Kogakusha, Ltd., 1961.
- [66] J. L. Tocher. *Analysis of Plate Bending Using Triangular Elements*. PhD thesis, University of California, Berkeley, California, Dept. of Civil Engineering, 1963.
- [67] O.C. Zienkiewicz. *The Finite Element Method*. Mc Graw-Hill Book Company (UK) Limited, 1977.

Sachverzeichnis

- C^1 -Problem 145, 271
- C^0 -Problem 99, 211, 237, 297, 378
- Computeralgebra-Systeme (CAS) 425
- Allgemeine Erstellung der Gesamtsteifigkeitsmatrix 112
- Ansatzfunktion 99
 - dreiknotiges Scheibenelement 215
 - zweiknotiger Balken 146
- Ansatzkoeffizienten 100
- Auflager 128
- Auflagerreaktionen 112, 129
- Balken
 - Biegelinie 203
 - Dehnungen 142
 - eindimensional 437
 - Beispiel 437
 - elastisch gelagert 187
 - Funktional 144
 - mit Gelenk 164
 - Rahmen 453
 - Spannungen 142
 - Tonti-Diagramm 143
 - zweidimensional 194
- Balkenelement 141
 - n Knoten 166
 - p Freiheitsgrade 166
 - Ansatzfunktion 166, 173
 - Dehnungs-Verschiebungs-Beziehung 169
 - Diskretisierung 147
 - drei Freiheitsgrade pro Knoten 173
 - eindimensional 141, 442
 - Formfunktion 145, 170, 173
 - Funktional 147
 - Interpolationsbedingung 146, 167
 - Momentenverlauf 153
 - Querkraftverlauf 154
 - Schnittgrößen 153, 169, 172, 175
 - Steifigkeitsmatrix 150, 169, 171, 174
 - Streckenlast 151, 169, 171, 174
 - zweidimensional 194
- Balkentheorie
 - Bernoulli 141
 - Einschränkungen 141
 - Timoshenko 177
 - Voraussetzungen 141
- Bandbreite 48
 - halbe 48
 - minimale 50
- Bandstruktur 48
- Beispiel
 - Balkenelement mit Gelenk 164
 - Balkenschwingung 334
 - Balkensystem 206
 - eindimensionaler Balken 155, 163
 - eindimensionaler Stab 103
 - elastisch gelagerter Balken 189
 - Erhöhung der Anzahl Balkenelemente 164
 - Fachwerk 5
 - Knicken von Balken 368
 - lineares Problem 10
 - nichtlineares Problem 10
 - Scheibe 227
 - Stab-Balkenproblem 207
 - Stabknicken 363
 - Stabschwingung 325
 - Winkel als Balkenproblem 207
 - zum räumlichen Spannungsproblem 317
 - zum Schalenproblem 293
 - zur eindimensionalen Wärmeübertragung 384
 - zur Volumenkraft 223
 - zur zweidimensionalen Wärmeübertragung 402
 - zweidimensionaler Balken 200
 - zweidimensionales Stabproblem 126
 - Zylinderauge 5
- Belastungsvektor 106
- Bernoulli-Balken 263
- Bernoulli-Hypothese 141
- Biegelinie 141
 - des Balkens 203

- Bildbereich 236
- Blockmatrix 114
- Cholesky 51
- Dehnung 357
 - Balken 142
 - zweidimensionaler Balken 194
- Dehnungs-Versch.-Bez. 62, 246
- Dehnungs-Versch.-Matrix 218, 247
- Dehnungsfeld 62
- Dehnungstensor
 - Green-Lagrange 353
- Dehnungszustand
 - ebener 212
- Determinante 21, 332, 362, 365
- Diagonalmatrix 54
- Dichte 329
- Differentialgleichung
 - Euler-Lagrange'sche 36, 37
 - gewöhnliche 64
 - partielle 64
 - System 323
- Differentialoperator 27, 62
- Diskretisierung
 - Funktional 37, 393
- Dissipation 418
- Divergenz 23
- DKT 433
- Dreieck
 - gleichseitiges 456
 - Pascal'sche Dreieck 85
- Dreieckselement 403, 408
- Dreieckskoordinaten 39, 225
- Dreiecksplattenelement 273
- Drillwinkel 412
- Druck 419
- Druckverteilung 420
- Dyade 33, 43, 148
 - bei der Wärmeleitung 394
 - beim Scheibenelement 220
 - dyadische Produkt 181
 - dyadisches Produkt 196
- EDV 3
- Eigenform 369
- Eigenfrequenz 323
 - eindimensionaler Balken 333, 335
 - eindimensionaler Stab 325, 327
 - Platte 348
 - Scheibe 344
 - Seil 332
 - zweidimensionaler Balken 343
- Eigenvektor 324, 363
 - Balken gelenkig gelagert 336
 - Einmassenschwinger 326
 - Kragbalken 338
 - Zweimassenschwinger 327
- Eigenwert 323
- Eigenwerte 290, 368
- Eigenwertproblem 30, 362
- Eingabegrößen 435
- Einheitsdyade 31
- Einheitsverschiebung 100
- Einmassenschwinger 325
- Einzelkraft
 - beim Scheibenelement 219
- Einzelsteifigkeitsmatrix 205
- Elastizitätsmodul 62, 99
- Elastostatik 29
- Elektrische Leitung 376
- Element
 - Aufflistung 6–9
 - Balkenelement
 - eindimensional 141
 - zweidimensional 194
 - isoparametrisches 236
 - Plattenelement 7
 - Schalenelement 8
 - Scheibenelement 211
 - Stabelement 5
 - dreidimensional 122, 136
 - eindimensional 99
 - zweidimensional 122
 - subparametrisches 236
 - superparametrisches 236
 - Viereckselement 5, 239
 - viereckselement 236
 - Vierecksplattenelement 7
- Elementknotenzuordnung 104

- Elementkoordinatensystem 122
- Eulerfall
 - I* 368, 370
 - II, III, IV* 370
- Faktorisierung 51
- Feder 103
- Fehlerabschätzung 57
- Feld
 - dyadisches Feld 29
 - Skalarfeld 28
 - Vektorfeld 28
- Feldgleichungen 63
- Feldproblem 372, 448, 456
 - Potentialströmung 376
 - Schmierölfilm 376
 - Sickerströmung 376
 - Torsion 376
- Flächenlast
 - Platte 282
- Formänderungsarbeit 109, 144
 - Balken 355
 - Diskretisierung 75, 79
- Formelzeichen 461
- Formfunktion 356
 - Ableitung 147
 - Balken
 - eindimensional 145
 - zweidimensional 194
 - Dreieckselement 215
 - Platte 279
 - Stab
 - eindimensional 100, 121
- Formfunktionen
 - Scheibenelement
 - vierknotig 239
- Fourier'sche Gleichung 419
- Freiheitsgrade
 - Balkenelement
 - zweidimensional 194
 - Dreieckselement
 - Wärmeübertragung 393
 - Scheibenelement 215
 - Stabelement
 - eindimensional 98
- Fundament 187
- Funktional 36
 - Balken 144
 - Platte 269
 - Scheibe 214
 - Stab 98
 - stationärer Wert 71
- Funktionaldeterminante 43
- Gaußpunkte 249
- Gesamtpotential 357
 - Balken 79
 - Scheibenproblem 84
 - Variation 110
- Gesamtsteifigkeitsmatrix 106, 109–111, 113
- Gleichgewicht
 - am Knoten 108, 323
 - im Stabelement 102
 - indifferent 361
 - instabiles 362
 - stabiles 361
- Gleichgewichtsbedingung 64
- Gleichgewichtsbeziehung 264
- Gleichung
 - charakteristische 30, 323, 332, 365
 - homogene 323
 - Reynold'sche 419
- Gleichungssystem
 - homogenes 30, 363
 - Kondition 53
 - lineares 47, 106
 - homogenes 323
- Gleitkommazahlen 53
- Gleitmodul 412
- Gradient 22
- Hamilton 321
- Hauptdehnungen 31
- Hintransformation 31
- Hooke'sches Gesetz 101, 142, 299
- Hydrostatisches Lager 420
 - Achsensymmetrie 421
 - Druckverlauf 421
 - Eingangsdruk 421
 - Traglast 421
 - Volumenstrom 421

- Impulserhaltungssatz 418
- Integration
 - in Dreieckskoordinaten 45
 - numerisch 236
- Interpolationsbedingungen 238
- Inversion 35
- Kinematische Beziehung 64
- Knicken
 - Balken 353, 358, 445, 446
 - Eigenwertproblem 361
 - Knickform
 - Balken 369
 - Stab 366
 - Knicklast
 - Balken 369
 - Stab 365
 - Stab 353, 356
- Knoten 99
- Knotenkräfte
 - aus Streckenlasten 152, 200
 - aus Volumenkräften 221
- Knotenmomente
 - aus Streckenlasten 152, 200
- Knotennummerndifferenz 48
- Knotentemperaturen 380
- Knotenverformungen 106
- Knotenverschiebungen 217
 - Scheibe 227
- Koeffizientenmatrix 53
- Koinzidenzmatrix 109, 112
- Kompatibilität 271
- Kondition 290
- Konditionszahl 53
- Konformitätsbedingung 271
- Kontinuitätsgleichung 417
- Konvektion 393
- Konvektionsmatrix 382, 397, 404
- Konvergenztest
 - Platte 348
 - Plattenelement 284
 - Seilschwingung 332
- Koordinaten
 - kartesische 39
- Kraftrandbedingung 129, 205
- Laplace-Operator 23, 418
- Maßsystem 461
- Mantelfläche 380
- Massenmatrix 322, 323, 447
 - eindimensionaler Balken 333
 - eindimensionaler Stab 324
 - Plattenelement
 - dreiknotig 348
 - Scheibe
 - dreiknotig 344
 - zweidimensionaler Balken 341
 - zweidimensionaler Stab 330
- Matrix
 - Addition 24
 - Einheitsmatrix 24
 - Jakobi 41, 305
 - Multiplikation
 - mit einem Skalar 25
 - zweier Matrizen 25
 - orthogonale 26, 124, 198
 - positiv definite 50
 - quadratische 24
 - symmetrische 24
 - transponierte 26
- Maximumnorm 57
- Momentenvergleich 158
- Momentenverlauf
 - Balken 153
- Näherungsfehler 57
- Näherungsfunktion 71
- Nachkommastellen 291
- Navier'sche Gleichung 64
- Oberflächentemperatur 407
- Optimierung
 - Beispiele 11
- Orientierungswinkel 127
- Originalbereich 236
- Platte
 - Ansatzfunktion 275
 - Biegemoment 266
 - Dehnungs-Verschiebungs-Beziehung 265
 - Durchbiegung 264
 - Funktional 269

- Gesamtpotential 271
- Gleichgewichtsbeziehung 268
- Grundbeziehungen 263
- Interpolationsbedingungen 276
- Kinematische Größen 265
- Kirchhoff 263
- Krümmungs-Momenten-Bez. 266
- Krümmungs-Verschiebungs-Bez. 280
- Lagerungsarten 270
- Momentenvektor 267
- Randbedingungen 268
- Schubspannung 266
- schubstarr 271
- Schubverformung 264
- Stoffgleichung 266
- Verdrehungen 265
- Plattenelement 445
 - Anforderungen 271
 - Kompatibilität 271
- Plattengleichung 268
- Plattensteifigkeit 268
- Potential
 - der äußeren Lasten 144
 - der Streckenlast 144
 - des Momentes 144
- Produkt
 - dyadisches 27, 29, 77
- Programmdaten
 - Balken
 - Eigenfrequenzen 447
 - eindimensional 443
 - Timoshenko 444
 - Feldproblem
 - eindimensional 448
 - zweidimensional 449
 - Ritz
 - Balken 437
 - Scheibe 439
 - Stab 435
 - Scheibe 444
 - Stab
 - eindimensional 440
- Querkontraktion 62
- Querkraftvergleich 158
- Querkraftverlauf
 - Balken 154
- Räumlicher Spannungszustand
 - Dehnungen 298
 - Feldgleichungen 298
 - Gleichgewichtsbeziehung 299
 - Kinematische Beziehungen 298
 - Spannungen 298
 - Stoffgleichungen 299
 - Verschiebungsfeld 297
- Rücktransformation 31
- Rückwärtselimination 52
- Randbedingung
 - Auflager 156
 - inhomogene 76
 - nach Cauchy 393
 - nach Dirichlet 393
 - natürliche 62, 105, 420
 - Wärmeleitung 392
 - wesentliche 72, 81, 145
- Randspannungen 63
- Rechenzeit 50
- Ritz
 - Ansatzfunktion 72
 - Balken
 - eindimensional 436
 - Balkenproblem 79
 - Randbedingungen 72, 85
 - Scheibe 438
 - Beispiel 89, 439
 - Formänderungsarbeit 87
 - Streckenlast 88
 - Scheibenproblem 84
 - Verschiebungsansätze 85
 - Stab
 - eindimensional 434
 - Stabproblem 75
 - Verfahren 71
- Rundungsfehler 53
- Schale
 - Überlagerung 286
 - Freiheitsgrade 286
 - komplanarer Knoten 288
 - Scheibe und Platte 286

- Transformationen 289
- Schalenelement 286
 - dreiknotig 287
- Scheibe
 - Dehnungen 86
 - Spannungen 86
- Scheibenelement 211
 - isoparametrisch 236
 - Viereckselement
 - rechtwinklig 249
- Scheibenproblem 454
 - Ansatzfunktion 215
 - Dehnungs-Verschiebungs-Bez. 217
 - Dehnungsfeld 212
 - Feldgleichungen 213
 - Funktional 214
 - Gleichgewichtsbeziehung 214
 - Grundgleichungen 212
 - Interpolationsbedingungen 216
 - Kinematische Beziehungen 213
 - Randbedingungen 214
 - Spannungs-Verschieb.-Bez. 218
 - Spannungsfeld 213
 - Stoffgleichungen 213
 - Verschiebungsfeld 212
- Schichtenströmung 417
 - laminare 420
- Schnittgrößen
 - Balken 205
 - Fehler 157
 - Stabproblem 129
 - Vorzeichen 154
- Schreibweisen 19, 61
- Schubspannung 457
- Schubverformungen 141
- Schwingungsform 323, 324
 - eindimensionaler Balken 333, 336, 339
 - eindimensionaler Stab 326, 328
 - Einmassenschwinger 326
 - zweidimensionaler Balken 343
 - Zweimassenschwinger 327
- Seifenhautanalogie 412
- Seilschwingung 332
- Simulation 3
- Spannung
 - Balken 142
 - Scheibe 227
- Spannungsfunktion 412
- Spannungsvektor
 - Scheibe 227
- Spannungszustand
 - ebener 212
- Stab
 - Beispiel 103
 - eindimensional 73
 - Beispiel 435, 441
 - Funktional 98
 - Diskretisierung 98
 - Gleichgewichtsbeziehung 96
 - Grundbeziehungen 95
 - Kinematische Beziehungen 96
 - Randbedingungen 96
 - Stoffgleichung 96
 - Tonti-Diagramm 96
 - zweidimensional 122
- Stabelement
 - n Knoten 119
 - Ansatzfunktion 99, 119
 - Auflagerreaktionen 108
 - Dehnungs-Verschiebungs-Beziehung 100, 121
 - dreidimensional 122, 136
 - dreiknotig 121
 - Eigenschaften 95
 - eindimensional 95, 440
 - Formfunktionen 100, 121
 - Interpolationsbedingung 120
 - Schnittgrößen 108
 - Steifigkeitsmatrix 121
 - Stoffgesetz 101
 - Variable Querschnittsfläche 118
 - Variation des Funktionals 101
 - Verschiebungsansatz 99
 - vierknotig 121
 - zweidimensional 122
- Starrkörperbewegung 271, 272
- Steifezahlverfahren 187
- Steifigkeitsmatrix

- Bodenelement 188
- dreidimensionaler Stab
 - zweiknotig 137
- Dreiecksscheibenelement
 - dreiknotig 219, 221
- eindimensionaler Balken
 - drei Freiheitsgr. pro Knoten 174
 - dreiknotig 171
 - zweiknotig 150
- eindimensionaler Stab
 - dreiknotig 122
 - n-knotig 121
 - vierknotig 122
 - zweiknotig 102
- elastische 357
- geometrische 357, 360, 364
- globale 124
- Platte 280, 281
 - rechtwinklig 281
- Schale 287
- Tetraeder
 - vierknotig 308
- Timoshenko-Balken
 - Biegesteifigkeit 180
 - Schubsteifigkeit 182
- Transformation 197
- Vierecksscheibenelement
 - rechtwinklig 249
- zweidimensionaler Balken
 - zweiknotig 195
- zweidimensionaler Stab
 - zweiknotig 125
- Stoffgesetz 64
- Stoffmatrix 379, 380
- Streckenlast
 - eindimensionaler Balken 141, 151
 - Platte 282
 - Scheibenelement 219
 - Umrechnung in Knotenkräfte 229
 - zweidimensionaler Balken 199
- Temperaturgradient 402
- Temperaturverteilung 408
- Tensor
 - Dehnungen 61
 - höherer Stufe 28
- Tetraederelement 301
 - Dehnungs-Verschiebungs-Bez. 304
 - Flächenlast 312
 - Formfunktionen 302
 - Funktional 300
 - Steifigkeitsmatrix 308
 - Volumenkraft 314
- Timoshenko-Balken
 - C^0 -Problem 179
 - Biegesteifigkeitsmatrix 180
 - dreiknotig 186
 - Formfunktion 168, 179
 - Gaußstützstellen 181
 - Gewichtungsfaktoren 181
 - Locking-Effect 181, 184, 185
 - Momentenverlauf 183
 - Normalspannung 178
 - Querkraft 179
 - Querkraftverlauf 183
 - reduzierte Integration 181
 - Schlankheitsgrad 181
 - Schubfaktor 186
 - Schubmodul 178
 - Schubspannung 178
 - mittlere 179
 - Schubsteifigkeitsmatrix 180–182
 - Schubverformungen 177
 - Stoffgleichung 183
 - Streckenlast 182
 - zweiknotig 177
- Tonti-Diagramm
 - allgemeine Form 58
 - eindimensionaler Balken 143
 - eindimensionaler Stab 96
- Elastostatik
 - schwache Form 66
 - strenge Form 63
- Feldproblem 375
- Kirchhoff-Platte
 - schwache Form 269
 - strenge Form 264
- räumlicher Spannungszustand 297
- Scheibenproblem 212

- Torsion
 - Funktional 414
 - gleichseitiges Dreieck 456
 - prismatische Körper 411
- Torsionsmoment 457
- Transformation
 - lineare 31
- Transformationsmatrix 364
- Umgebungstemperatur 379, 380
- Untermatrix
 - der Gesamtsteifigkeitsmatrix 229
- Variation 36
 - des diskretisierten Funktionals 149
 - erste 36
 - Funktional der Wärmeleitung 400
 - Funktional des Scheibenprobl. 219
 - stationärer Wert 149
- Variationsproblem 420
- Vektor
 - Ableitung 21
 - Basisvektoren 20
 - Kreuzprodukt 20
 - Nabla-Vektor 22
 - Randspannungen 61
 - Skalarprodukt 20
 - Volumenkräfte 61
- Verdrillung 458
- Verformungsvektor 106
- Verschiebung 99
- Verschiebungsansatz 73, 356
- Verschiebungsfeld 29, 62
- Verschiebungsvektor 61
 - Scheibe 227
- Volumenelement 317
- Volumenkoordinaten 301
- Volumenkraft 62, 219
- Vorkonditionierung 54
- Vorwärtselimination 52
- Wärmeübergangskoeffizient 380, 383
- Wärmeübergangsvektor 399
- Wärmeübergangszahl 379, 393
- Wärmeübertragung
 - eindimensional 379
 - zweidimensional 392
- Wärmeübertragungsproblem
 - Funktional 380
- Wärmefluß 406
- Wärmeisolation 393
- Wärmeleitfähigkeit 380
- Wärmeleitung 394
- Wärmeleitungsmatrix 401, 404, 405, 420
- Wärmequelle 380, 408
 - punktförmig 379, 396
- Wärmequellendichte 402, 405, 407
- Wärmestromdichte 394, 405
- Wärmeübergang
 - gleichseitiges Dreieck 456
- Wärmestromdichte 457
- Zugblech 227
- Zugspannungen 232
- zweidimensionales Balkenelement 198
- Zweimassenschwinger 326

Programme

Fortran90

InterFEM 286, 429, 433

MAPLE

Balken_1D 166, 431, 443

Daten_Konvertieren 432

Dynamik_Balken 433, 447

Feldprobleme_1D 432, 448

Feldprobleme_2D 432, 449

FEM_CAS 431

FEM_Grafik 432

Knicken_Balken 361

Knicken_Balken 433, 446

Platte 432, 445

Ritz_Balken 433, 436

Ritz_Scheibe 433, 438

Ritz_Stab 433, 434

Scheibe_Dreieck 215, 432, 444

Stab_1D 119, 431, 440

Timoshenko_1D 432

Python

Balken_1D 166, 431, 443

CALL_for_FEM 425

Feldprobleme_1D 432, 448

Feldprobleme_2D 432, 449

Platte 432, 445

Scheibe_Dreieck 215, 432, 444

Stab_1D 119, 431, 440

Timoshenko_1D 432

VB.net

FEM_GEN 429

FEM_VIEW 429