

Anhang A

Resultate über benutzte Verteilungsfamilien

A1 Liste der verwendeten Verteilungen

Verteilungsfamilie	Dichte (Wahrscheinlichkeitsfunktion)	Parameter	Seite
Bernoulli(p)	$\mathbb{P}(X = k) = p^k(1-p)^{1-k}$	$k \in \{0, 1\}$ $p \in (0, 1)$	10
Bin(n, p)	$\mathbb{P}(X = k) = \binom{n}{k} p^k(1-p)^{n-k}$	$k \in \{0, \dots, n\}$ $p \in (0, 1), n \in \mathbb{N}$	10
$M(n, p_1, \dots, p_d)$	$\mathbb{P}(\mathbf{X} = \mathbf{k}) = \frac{n!}{k_1! \dots k_d!} p_1^{k_1} \dots p_d^{k_d}$	$\mathbf{k} \in \{0, \dots, n\}^d, p_i \in (0, 1)$ $\sum_{i=1}^d k_i = n$ $\sum_{i=1}^d p_i = 1$	10
Geometrische	$\mathbb{P}(X = k) = p(1-p)^{k-1}$	$k = 1, 2, \dots$ $p \in (0, 1)$	97
Hypergeo(N, n, θ)	$\mathbb{P}(X = k) = \frac{\binom{N\theta}{k} \binom{N-N\theta}{n-k}}{\binom{N}{n}}$	$k \in \{0, \dots, n\}$ $n \in \{1, \dots, N\},$ $N\theta \in \mathbb{N}, \theta \in [0, 1]$	11
Poiss(θ)	$\mathbb{P}(X = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$	$k = 0, 1, 2, \dots$ $\lambda > 0$	10
diskrete Gleichvert.	$\mathbb{P}(X = k) = N^{-1}$	$k = 1, \dots, N$ $N \in \mathbb{N}$	77
$U(a, b)$	$(b-a)^{-1}$	$x \in [a, b]$ $a < b \in \mathbb{R}$	12
Exp(λ)	$\lambda e^{-\lambda x}$	$x > 0$ $\lambda > 0$	12
Gamma(a, λ)	$\frac{\lambda^a}{\Gamma(a)} x^{a-1} e^{-\lambda x}$	$x > 0$ $a, \lambda > 0$	16
Invers Gamma(a, λ)	$\frac{\lambda^a}{\Gamma(a)} x^{-a-1} e^{-\frac{\lambda}{x}}$	$x > 0$ $a, \lambda > 0$	67
Beta(a, b)	$\frac{1}{B(a, b)} x^{a-1} (1-x)^{b-1}$	$x \in [0, 1]$ $a, b > 0$	18
$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	$x \in \mathbb{R}$ $\mu \in \mathbb{R}, \sigma > 0$	12
$\mathcal{N}_d(\boldsymbol{\mu}, \Sigma)$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}^{ \Sigma }} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})^\top \Sigma^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})}$	$\mathbf{x} \in \mathbb{R}^d$ $\boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^d$ $\Sigma \in \mathbb{R}^{d \times d}$ p.d.	18
Rayleigh(θ)	$\frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x}{2\sigma^2}\right)$	$x > 0$ $\sigma > 0$	34
χ_n^2	$\frac{1}{2^{n/2} \Gamma(\frac{n}{2})} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}$	$x > 0$ $n \in \mathbb{N}$	13
t_n	$\frac{\Gamma(\frac{n+1}{2})}{\Gamma(\frac{n}{2}) \Gamma(\frac{1}{2}) \sqrt{n}} \left(1 + \frac{x^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}}$	$x \in \mathbb{R}$ $n \in \mathbb{N}$	14
$F_{n, m}$	$\frac{n^{n/2} m^{m/2}}{B(n/2, m/2)} \frac{x^{\frac{n}{2}-1}}{(m+nx)^{n+m/2}}$	$x > 0$ $n, m \in \mathbb{N}$	14
Weibull(λ, β)	$\lambda \beta x^{\beta-1} e^{-\lambda x^\beta}$	$x > 0$ $\beta, \lambda > 0$	187
Pareto(a, b)	$ba^b x^{-a-1}$	$x > a$ $a, b > 0$	66
Dirichlet	$\frac{\Gamma(\sum_{j=1}^r \alpha_j)}{\prod_{j=1}^r \Gamma(\alpha_j)} \prod_{j=1}^r x_j^{\alpha_j-1}$	$\mathbf{x} \in (0, 1)^r$ $\alpha_i > 0, r \in \mathbb{N}$ $\sum_{j=1}^r x_j = 1$	66
Invers Gauß	$\left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^{1/2} x^{-3/2} e^{-\frac{\lambda(x-\mu)^2}{2\mu^2 x}}$	$x > 0$ $\mu, \lambda > 0$	66

Tabelle A1 Eine Auflistung der verwendeten Verteilungen. $\mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$ und p.d. steht für positiv definit, d.h. $\mathbf{a}^\top \Sigma \mathbf{a} > 0$ für alle $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^d$.

Anhang B

Tabellen

B1 Exponentielle Familien

Wir wiederholen die Tabellen 2.1 (Seite 53) und 2.2 (Seite 56).

Verteilungsfamilie	$c(\theta)$	$T(x)$	A
Poiss(θ)	$\ln(\theta)$	x	$\{0, 1, 2, \dots\}$
Gamma(a, λ), a bekannt	$-\lambda$	x	\mathbb{R}^+
Gamma(a, λ), λ bekannt	$a - 1$	$\ln x$	\mathbb{R}^+
Invers Gamma, a bekannt	$-\lambda$	x^{-1}	\mathbb{R}^+
Invers Gamma, λ bekannt	$-a - 1$	$\ln x$	\mathbb{R}^+
Beta(r, s), r bekannt	$s - 1$	$\ln(1 - x)$	$[0, 1]$
Beta(r, s), s bekannt	$r - 1$	$\ln(x)$	$[0, 1]$
$\mathcal{N}(\theta, \sigma^2)$, σ bekannt	θ/σ^2	x	\mathbb{R}
$\mathcal{N}(\mu, \theta^2)$, μ bekannt	$-1/2\theta^2$	$(x - \mu)^2$	\mathbb{R}
Invers Gauß, λ bekannt	$-\frac{\lambda}{2\mu^2}$	x	\mathbb{R}^+
Invers Gauß, μ bekannt	$-\frac{\lambda}{2}$	$\frac{x}{\mu^2} + \frac{1}{x}$	\mathbb{R}^+
Bin(n, θ), n bekannt	$\ln \theta/1 - \theta$	x	$\{0, 1, \dots, n\}$
Rayleigh(θ)	$-1/2\theta^2$	x^2	\mathbb{R}^+
χ_{θ}^2	$\frac{\theta}{2} - 1$	$\ln x$	\mathbb{R}^+
Exp(θ)	$-\theta$	x	\mathbb{R}^+
X_1, \dots, X_m i.i.d. exp. Familie	$c(\theta)$	$\sum_{i=1}^m T(x_i)$	A^m

Tabelle B1 Einparametrische exponentielle Familien. c , T und A aus Darstellung (2.6) sind in der Tabelle angegeben, d ergibt sich durch Normierung. Weitere Verteilungen, welche exponentielle Familien sind: Die Dirichlet-Verteilung (Seite 66) und die Inverse Gauß-Verteilung (Seite 66). Die t_{θ} -, F_{θ_1, θ_2} - und die Gleichverteilung $U(0, \theta)$ sowie die Hypergeometrische Verteilung lassen sich nicht als exponentielle Familien darstellen.

Verteilungsfamilie	$c(\boldsymbol{\theta})$	$T(x)$	A
$\mathcal{N}(\theta_1, \theta_2^2)$	$c_1(\boldsymbol{\theta}) = \theta_1/\theta_2^2$ $c_2(\boldsymbol{\theta}) = -1/2\theta_2^2$	$T_1(x) = x$ $T_2(x) = x^2$	\mathbb{R}
$M(n, \theta_1, \dots, \theta_d)$	$c_i(\boldsymbol{\theta}) = \ln \theta_i$	$T_i(\mathbf{x}) = x_i$	$\{\mathbf{x} : x_i \in \{0, \dots, n\}$ und $\sum_{i=1}^n x_i = n\}$.

Tabelle B2 Mehrparametrische exponentielle Familien. c , T und A aus Darstellung (2.11) sind in der Tabelle angegeben, d ergibt sich durch Normierung.

Anhang C

Verzeichnisse

Tabellenverzeichnis

2.1	Einparametrische exponentielle Familien	53
2.2	Mehrparametrische exponentielle Familien	56
6.1	Die Verteilung der Zufallsvariablen X aus Beispiel 6.1	165
7.1	Einfache lineare Regression: Anwendungsbeispiel	220
7.2	Multiple Lineare Regression: Anwendungsbeispiel	223
7.3	Regressionsgleichungen zur multiplen linearen Regression	223
7.4	ANOVA-Tabelle	226
7.5	Tabelle der Mittelwerte im zweifaktoriellen Modell (7.41)	227
7.6	Varianzanalyse-Tabelle	230
7.7	Wechselwirkung v. Medikamenten und Alkohol	230
7.8	Mittelwerte der Tabelle 7.7	231
7.9	Varianzanalyse-Tabelle: Datenbeispiel	231
A1	Die verwendeten Verteilungen	236
B1	Einparametrische exponentielle Familien	237
B2	Mehrparametrische exponentielle Familien	238

Abbildungsverzeichnis

1.1	Verteilung der Hypergeometrischen Verteilung	11
1.2	Dichte der Normalverteilung	12
1.3	Dichte der Gamma-Verteilung	17
1.4	Dichte der Beta-Verteilung	18
2.1	Poisson-Prozess	45
3.1	Einfache lineare Regression	79
3.2	Einfache lineare Regression	82
3.3	Konkave Funktionen und Maxima	85
3.4	Likelihood-Funktion für Normalverteilung	87
3.5	Likelihood-Funktion einer diskreten Gleichverteilung	88
4.1	Nichtidentifizierbarkeit eines besten Schätzers	106
4.2	Vergleich von Mittelwertschätzern anhand des MQF	107
5.1	Dichte der Normalverteilung mit Quantilen	141
5.2	Dichte $p(x)$ der χ_n^2 -Verteilung mit Quantilen	143
5.3	Illustration eines $(1 - \alpha)$ -credible Intervalls	147
5.4	Fehlerwahrscheinlichkeiten und Gütefunktion	151
5.5	Das $(1 - \alpha)$ -Quantil der Normalverteilung, $z_{1-\alpha}$	153
5.6	Gütefunktion des Tests $\delta(\mathbf{X}) = \mathbb{1}_{\{\bar{X} \geq \sigma z_{1-\alpha} / \sqrt{n}\}}$	154
5.7	Gütefunktion des Tests $\delta(\mathbf{X}) = \mathbb{1}_{\{\bar{X} > z_{1-\alpha} \sigma / \sqrt{n}\}}$	156
5.8	Konfidenzintervalle und Tests	159
7.1	Projektion im linearen Modell	202
7.2	Erwartungswertvektor und Residuenvektor	205
7.3	Geometrische Illustration der Gleichung (7.37)	218
7.4	Einfache lineare Regression: Traubenernte	222
7.5	Explorative Datenanalyse	224

Liste der Beispiele

1.1	Mittelwert und Stichprobenvarianz	5
1.2	Hypergeometrische Verteilung	11
1.3	Bernoulli-Verteilung	21
1.4	Fortsetzung	21
1.5	Suffiziente Statistik in der Bernoulli-Verteilung	21
1.6	Minima und Maxima von gleichverteilten Zufallsvariablen	24
2.1	Qualitätssicherung	37
2.2	Meßmodell	38
2.3	Ein nicht identifizierbares Modell	40
2.4	Meßmodell	41
2.5	Qualitätssicherung, siehe Beispiel 2.1	43
2.6	Qualitätssicherung, siehe Beispiel 2.1	44
2.7	Warteschlange	44
2.8	Warteschlange, Fortsetzung von Beispiel 2.7	48
2.9	Geordnete Population: Schätzen des Maximums	48
2.10	Suffiziente Statistiken für die Normalverteilung	48
2.11	Normalverteilung mit bekanntem σ	50
2.12	Normalverteilung mit bekanntem μ	51
2.13	Binomialverteilung	51
2.14	Die $U(0, \theta)$ -Verteilung ist keine exponentielle Familie	51
2.15	i.i.d. Normalverteilung mit bekanntem σ	52
2.16	Momente der Rayleigh-Verteilung	55
2.17	Die Normalverteilung ist eine zweiparametrische exponentielle Familie	56
2.18	i.i.d. Normalverteilung als exponentielle Familie	56
2.19	Lineare Regression	56
2.20	Qualitätssicherung unter Vorinformation	57
2.21	Konjugierte Familie der Bernoulli-Verteilung	59
2.22	Konjugierte Familie der Normalverteilung bei bekannter Varianz	61
3.1	Qualitätssicherung aus Beispiel 2.1	71
3.2	Meßmodell aus Beispiel 2.2	71
3.3	Meßmodell aus Beispiel 3.2	72

3.4	Relative Häufigkeiten	73
3.5	Genotypen	74
3.6	Normalverteilung	76
3.7	Bernoulli-Verteilung	76
3.8	Poisson-Verteilung	76
3.9	Diskrete Gleichverteilung und Momentenschätzer	77
3.10	Meßmodell aus Beispiel 2.2	79
3.11	Einfache lineare Regression	79
3.12	Meßmodell	80
3.13	Einfache lineare Regression	81
3.14	Log-Likelihood-Funktion unter Unabhängigkeit	85
3.15	Normalverteilungsfall, σ bekannt	86
3.16	Gleichverteilung	87
3.17	Genotypen	87
3.18	Warteschlange	89
3.19	Normalverteilungsfall, σ bekannt	90
3.20	Genotypen	91
3.21	MLS für Normalverteilung, μ und σ unbekannt	92
3.22	Diskret beobachtete Überlebenszeiten	93
4.1	MQF für die Normalverteilung	104
4.2	Vergleich von Mittelwertschätzern anhand des MQF	105
4.3	Der perfekte Schätzer	107
4.4	Unverzerrte Schätzer	108
4.5	Vollständigkeit unter Poisson-Verteilung	110
4.6	UMVUE-Schätzer für die Normalverteilung	112
4.7	UMVUE-Schätzer in der Exponentialverteilung	112
4.8	UMVUE-Schätzer für die Gleichverteilung	114
4.9	Fisher-Information unter Normalverteilung	117
4.10	Fisher-Information für die Poisson-Verteilung	117
4.11	Konsistente Schätzung der Multinomialverteilung	120
4.12	Konsistenz der Momentenschätzer	121
4.13	Bernoulli-Verteilung: Asymptotische Normalität	124
4.14	Multinomialverteilung: Asymptotische Normalität	124
4.15	Momentenschätzer: Asymptotische Normalität	125
4.16	Poisson-Verteilung: Effizienz	127
5.1	Normalverteilung, σ bekannt: Konfidenzintervall	140
5.2	Pivot (Fortsetzung von Beispiel 5.1)	142
5.3	Unverzerrtes Konfidenzintervall (Fortsetzung von Beispiel 5.1)	142
5.4	Normalverteilung, μ und σ unbekannt: Konfidenzintervall	142
5.5	Normalverteilung, μ bekannt: Konfidenzintervall für σ^2	143
5.6	Approximative Konfidenzgrenzen für die Erfolgswahrscheinlichkeit in Bernoulli-Experimenten	144
5.7	Normalverteilungsfall: Konfidenzbereich für (μ, σ^2)	146
5.8	Test für Bernoulli-Experiment	149
5.9	Test mit Signifikanzniveau α und Level- α -Test	150

5.10	Fortführung von Beispiel 5.8	150
5.11	Tests: Anwendungsbeispiele	151
5.12	Fortsetzung von Beispiel 5.8	152
5.13	Normalverteilung: Einseitiger Gauß-Test für μ	153
5.14	Fortsetzung von Beispiel 5.13: p-Wert	154
5.15	Normalverteilung: Zweiseitiger Gauß-Test über den Erwartungswert	157
6.1	Likelihood-Quotienten-Tests	165
6.2	Normalverteilungstest für $H_0 : \mu = 0$ gegen $H_1 : \mu = \nu$	166
6.3	Diskrete Gleichverteilung: NP-Test	168
6.4	Multinomialverteilung: NP-Test	169
6.5	Normalverteilung: UMP-Test für $\mu \leq \mu_0$ gegen $\mu > \mu_0$	171
6.6	Normalverteilung: UMP-Test für $H_0 : \mu \leq \mu_0$ gegen $H_1 : \mu > \mu_0$	173
6.7	Bernoulli-Zufallsvariablen: UMP-Test für $H_0 : \theta \leq \theta_0$ gegen $H_1 : \theta > \theta_0$	174
6.8	Normalverteilung mit bekanntem Erwartungswert: Beziehung zur Gamma-Verteilung	174
6.9	Tests für den Skalenparameter der Gamma-Verteilung	174
6.10	Normalverteilung: zweiseitiger Gauß-Test für μ	175
6.11	Cauchy-Verteilung: Nichtexistenz von UMP-Tests	176
6.12	Matched Pair Experiments: Zweiseitiger t -Test	179
6.13	Matched Pair Experiments: Einseitiger Test	182
6.14	Differenz zweier Normalverteilungen mit homogener Varianz	182
6.15	Zweistichprobenproblem mit ungleicher Varianz: Behrens-Fischer Problem	184
7.1	Einfache lineare Regression	191
7.2	Zweistichprobenproblem	191
7.3	Bivariate Regression	192
7.4	Einstichprobenproblem	192
7.5	p -Stichprobenproblem	193
7.6	Beispiele für die Matrixformulierung des linearen Modells	196
7.7	Fortsetzung von Beispiel 7.5: UMVUE-Schätzer im p -Stichprobenproblem	205
7.8	Einfache lineare Regression: UMVUE-Schätzer (1)	206
7.9	Einfache lineare Regression: UMVUE-Schätzer (2)	207
7.10	p -Stichprobenproblem: UMVUE-Schätzer	208
7.11	Einfache lineare Regression: W_0	213
7.12	p -Stichprobenproblem: W_0	214
7.13	Einfache lineare Regression: t- und F-Test	217
7.14	Multiple lineare Regression: t-Test	220
7.15	Einfache lineare Regression: Beispiel	220
7.16	Multiple lineare Regression: Beispiel	221
7.17	Wechselwirkung von Medikamenten und Alkohol	230

Liste der Aufgaben

1.1	Die Potenzmenge ist eine σ -Algebra	29
1.2	Unkorreliertheit impliziert nicht Unabhängigkeit	29
1.3	Erwartungstreue der Stichprobenvarianz	29
1.4	Darstellung der Binomialverteilung als Summe von unabhängigen Bernoulli-Zufallsvariablen	29
1.5	Erwartungswert und Varianz der Poisson-Verteilung	29
1.6	Gedächtnislosigkeit der Exponentialverteilung	29
1.7	Gamma-Verteilung: Unabhängigkeit von bestimmten Quotienten	29
1.8	Quotienten von Gamma-verteilten Zufallsvariablen	29
1.9	Transformationen von Gamma-verteilten Zufallsvariablen	30
1.10	Erwartungswert des Betrages einer Normalverteilung	30
1.11	Momente der Normalverteilung	30
1.12	Momentenerzeugende Funktion einer Gamma-Verteilung	30
1.13	Momente der Beta-Verteilung	30
1.14	Zweiseitige Exponentialverteilung	30
1.15	Existenz von Momenten niedrigerer Ordnung	30
1.16	Lévy-Verteilung	31
1.17	Momentenerzeugende Funktion und Momente der Poisson-Verteilung	31
1.18	Die bedingte Verteilung ist ein Wahrscheinlichkeitsmaß	31
1.19	Erwartungswert der bedingten Erwartung	31
1.20	Der bedingte Erwartungswert als beste Vorhersage	31
1.21	Perfekte Vorhersagen	32
1.22	Bedingte Dichte: Beispiele	32
1.23	Poisson-Binomial Mischung	32
1.24	Exponential-Exponential Mischung	32
1.25	Linearität des bedingten Erwartungswertes	32
1.26	Bedingte Varianz	32
1.27	Satz von Bayes	33
1.28	Exponentialverteilung: Diskretisierung	33
1.29	Erwartungswert einer zufälligen Summe	33
1.30	Faltungsformel	33

1.31	Die Summe von normalverteilten Zufallsvariablen ist wieder normalverteilt	33
1.32	Dichte der χ^2 -Verteilung	34
1.33	Wohldefiniertheit der nichtzentralen χ^2 -Verteilung	34
1.34	Verteilung der Stichprobenvarianz	34
1.35	Mittelwertvergleich bei Gamma-Verteilungen	34
1.36	Rayleigh-Verteilung: Momente und Zusammenhang mit der Normalverteilung	34
1.37	Dichte der multivariaten Normalverteilung	35
1.38	Lineare Transformationen der Normalverteilung	35
1.39	Normalverteilung: $\text{Cov}(X, Y) = 0$ impliziert Unabhängigkeit	35
1.40	Bedingte Verteilungen der multivariaten Normalverteilung	35
2.1	Zwischenankunftszeiten eines Poisson-Prozesses	63
2.2	Stichprobenvarianz: Darstellung	63
2.3	Parametrisierung und Identifizierbarkeit	63
2.4	Identifizierbarkeit im linearen Modell	64
2.5	Verschobene Gleichverteilung: Ineffizienz von \bar{X}	64
2.6	Mehrdimensionale Verteilungen	64
2.7	Exponentielle Familie: Verteilung von T	64
2.8	Exponentielle Familie erzeugt durch suffiziente Statistik	65
2.9	Exponentielle Familie: Gegenbeispiel	65
2.10	Mitglieder der exponentiellen Familie	65
2.11	Inverse Gamma-Verteilung als Exponentielle Familie	65
2.12	Folge von Bernoulli-Experimenten	65
2.13	Dirichlet-Verteilung	66
2.14	Inverse Gauß-Verteilung	66
2.15	Suffizienz: Beispiele	66
2.16	Suffizienz: Beta-Verteilung	66
2.17	Suffizienz: Weibull- und Pareto-Verteilung	66
2.18	Suffizienz: Nichtzentrale Exponentialverteilung	66
2.19	Suffizienz: Poisson-Verteilung	67
2.20	Suffizienz: Rayleigh-Verteilung	67
2.21	Beispiel: Qualitätskontrolle	67
2.22	Suffizienz: Beispiel	67
2.23	Suffizienz: Inverse Gamma-Verteilung	67
2.24	Minimal suffiziente Statistik	67
2.25	Bayesianisches Modell: Gamma-Exponential	68
2.26	Bayesianisches Modell: Normalverteiltes Experiment	68
2.27	Konjugierte Familien: Beispiel	68
2.28	Konjugierte Familie der Bernoulli-Verteilung	69
2.29	Konjugierte Familie der Normalverteilung	69
2.30	Konjugierte Familie der Gamma-Verteilung	69
2.31	Bayesianischer Ansatz: Gleichverteilung	69
2.32	Bayesianisches Wartezeitenmodell	69
2.33	A posteriori-Verteilung für die Exponentialverteilung	70

2.34	Approximation der a posteriori-Verteilung	70
3.1	Absolute und quadratische Abweichung	96
3.2	Qualitätskontrolle: Häufigkeitssubstitution	97
3.3	Momentenschätzer: Beispiele	97
3.4	Momentenschätzer: Beta-Verteilung	98
3.5	Momentenschätzer: Laplace-Verteilung	98
3.6	Momentenschätzer: Weibull-Verteilung	98
3.7	Momentenschätzer: AR(1)	98
3.8	Momentenschätzung hat keinen Zusammenhang zur Suffizienz .	98
3.9	Schätzung der Kovarianz	99
3.10	Maximum-Likelihood-Schätzer einer gemischten Verteilung . . .	99
3.11	Mischung von Gleichverteilungen	99
3.12	Maximum-Likelihood-Schätzer: Beispiele	99
3.13	Exponentialverteilung: MLS und Momentenschätzer	100
3.14	Maximum-Likelihood-Schätzer: Zweidimensionale Exponentialverteilung	100
3.15	Verschobene Gleichverteilung	100
3.16	Maximum-Likelihood-Schätzer: Weibull-Verteilung	100
3.17	Zensierte Daten	100
3.18	Lebensdaueranalyse: Rayleigh-Verteilung	101
3.19	Die Maximum-Likelihood-Methode zur Gewinnung von Schätzern hat einen Zusammenhang zur Suffizienz	101
3.20	Gewichtete einfache lineare Regression	101
3.21	Lineare Regression: Quadratische Faktoren	101
3.22	Gewichteter Kleinste-Quadrate-Schätzer: Normalverteilung . . .	102
3.23	Beweis von Satz 3.10	102
3.24	Normalverteilung: Schätzung der Varianz	102
3.25	Ausreißer	102
4.1	Die Bedingung (CR) für einparametrische exponentielle Familien .	130
4.2	Minimal suffiziente und vollständige Statistiken	130
4.3	Bernoulli-Verteilung: UMVUE	130
4.4	Vollständigkeit und UMVUE	130
4.5	Normalverteilung: UMVUE-Schätzer für μ	130
4.6	Normalverteilung, μ bekannt: UMVUE für σ^2	130
4.7	Normalverteilung, μ unbekannt: UMVUE für σ^2	130
4.8	Normalverteilung, UMVUE für $\mathbb{P}(X > 0)$	131
4.9	Binomialverteilung: UMVUE	131
4.10	Diskrete Gleichverteilung: UMVUE	131
4.11	UMVUE: Rayleigh-Verteilung (1)	131
4.12	UMVUE: Rayleigh-Verteilung (2)	131
4.13	UMVUE: Trunkierte Erlang-Verteilung	131
4.14	UMVUE: Trunkierte Binomialverteilung	132
4.15	Exponentialverteilung: UMVUE	132
4.16	UMVUE: Gamma-Verteilung	132
4.17	Exponentielle Familien: UMVUE	132

4.18	Ein nicht effizienter Momentenschätzer	132
4.19	Rao-Blackwell	133
4.20	Die Cramér-Rao-Schranke und die Gleichverteilung	133
4.21	Die Cramér-Rao-Schranke ist nicht scharf	133
4.22	UMVUE: Laplace-Verteilung	133
4.23	Marshall-Olkin-Copula	133
4.24	Hinreichende Bedingungen für Konsistenz	134
4.25	Verschobene Gleichverteilung: Konsistenz	134
4.26	Mehrdimensionale Informationsungleichung	134
4.27	Delta-Methode	135
4.28	Delta-Methode: Transformation von \bar{X}	135
4.29	Delta-Methode: Schätzung der Kovarianz	135
4.30	Asymptotik: Log-Normalverteilung	136
4.31	Asymptotische Effizienz: Beispiel	136
4.32	Beispiele	136
4.33	Doppelt-Exponentialverteilung: Asymptotik	136
4.34	Gleichverteilung: Asymptotik des MLS	136
5.1	Konfidenzintervall für σ^2 bei Normalverteilung	159
5.2	Konfidenzintervall bei diskreter Gleichverteilung $U(0, \theta)$	159
5.3	Exponentialverteilung: Konfidenzintervall	160
5.4	Lineare Regression: Quadratische Faktoren	160
5.5	Mittelwertvergleich unter Normalverteilung	160
5.6	Varianzvergleich bei Normalverteilung	160
5.7	Delta-Methode: Schätzung der Kovarianz	161
5.8	Exponentialverteilung: Mittelwertvergleich	161
5.9	Poisson-Verteilung: Test	161
5.10	Mittelwertvergleich bei Normalverteilung: Gütefunktion	162
5.11	Gütefunktionen bei der Gleichverteilung	162
5.12	Bayesianischer Intervallschätzer	162
6.1	Neyman-Pearson-Lemma: $k = \infty$	185
6.2	Eindeutigkeit des Neyman-Pearson-Tests	185
6.3	Beweis von Satz 6.6, Teil (b)	185
6.4	Exponentialverteilung: Test über Mittelwert	186
6.5	Trunkierte Binomialverteilung: Optimale Teststatistik	186
6.6	UMP-Test: Binomialverteilung	186
6.7	Rayleigh-Verteilung: UMP-Test	187
6.8	Weibull-Verteilung: UMP-Test	187
6.9	Pareto-Verteilung: Optimaler Test	188
6.10	Exponentialverteilung: Zweiseitiger Test	188
6.11	Likelihood-Quotienten-Statistiken und Suffizienz	188
6.12	Likelihood-Quotienten-Test: Exponentialverteilung	188
6.13	Likelihood-Quotienten-Test: Nichtzentrale Exponentialverteilung	189
6.14	AR(1): Likelihood-Quotienten-Test	189
6.15	Monotone Likelihood-Quotienten	189
6.16	Likelihood-Quotienten-Test: Beispiel	189

6.17	Zweistichproben-Modell: Beispiel	190
7.1	Der KQS ist auch MLS im Normalverteilungsfall	232
7.2	Einfache lineare Regression	232
7.3	Einfache lineare Regression: Konfidenzintervalle	232
7.4	Einfache lineare Regression: Standardisierte Residuen	232
7.5	Nichtlineare Regression: Arrhenius-Gesetz	232
7.6	Einfache lineare Regression: Body-Mass-Index	233

Literaturverzeichnis

- Bauer, H. (1990). *Wahrscheinlichkeitstheorie*. Walter de Gruyter, Berlin.
- Berger, J. O. (1985). *Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis* (2nd ed.). Springer Verlag. Berlin Heidelberg New York.
- Bickel, P. J. und K. A. Doksum (2001). *Mathematical Statistics: Basic Ideas and Selected Topics Vol. I* (2nd ed.). Prentice Hall.
- Billingsley, P. (1986). *Probability and Measure* (2nd ed.). John Wiley & Sons. New York.
- Casella, G. und R. L. Berger (2002). *Statistical Inference* (2nd ed.). Duxbury. Pacific Grove.
- Chatterjee, S. (2006). *Regression Analysis by Example* (4th ed.). John Wiley & Sons. New York.
- Chung, K. L. (2001). *A Course in Probability Theory*. Academic Press.
- Duller, C. (2008). *Einführung in die nichtparametrische Statistik mit SAS und R*. Physica-Verlag Heidelberg.
- Fahrmeir, L., T. Kneib und S. Lang (2009). *Regression: Modelle, Methoden und Anwendungen* (2nd ed.). Springer Verlag. Berlin Heidelberg New York.
- Ferguson, T. S. (1996). *A Course in Large Sample Theory*. Chapman and Hall.
- Fischer, G. (1978). *Lineare Algebra*. Vieweg Mathematik, Hamburg.
- Fox, J. (2008). *Applied Regression Analysis and Generalized Linear Models* (2nd ed.). Sage, London.
- Gamerman, D. und H. F. Lopes (2006). *Stochastic Simulation for Bayesian Inference* (2nd ed.). Chapman & Hall/ CRC, London.
- Gänssler, P. und W. Stute (1977). *Wahrscheinlichkeitstheorie*. Springer Verlag. Berlin Heidelberg New York.
- Gauß, C. F. (1809). *Theoria Motus Corporum Coelestium in sectionibus conicis solem ambientium*. Volume 2.
- Georgii, H.-O. (2004). *Stochastik* (2nd ed.). Walter de Gruyter. Berlin.
- Gibbons, J. D. und S. Chakraborti (2003). *Nonparametric Statistical Inference* (4th ed.). Dekker.
- Gut, A. (2005). *Probability: A Graduate Course*. Springer Verlag. Berlin Heidelberg New York.
- Irle, A. (2005). *Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik*. B. G. Teubner Verlag.
- Johnson, N. L., S. Kotz und N. Balakrishnan (1994a). *Continuous Univariate Distributions* (2nd ed.), Volume 1. John Wiley & Sons. New York.
- Johnson, N. L., S. Kotz und N. Balakrishnan (1994b). *Continuous Univariate Distributions* (2nd ed.), Volume 2. John Wiley & Sons. New York.
- Johnson, N. L., S. Kotz und A. W. Kemp (1992). *Univariate Discrete Distributions* (2nd ed.). John Wiley & Sons. New York.

- Klein, J. P. und M. L. Moeschberger (2003). *Survival Analysis: Techniques for Censored and Truncated Data* (2nd ed.). Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York.
- Klenke, A. (2008). *Wahrscheinlichkeitstheorie* (2nd ed.). Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York.
- Lange, K. (2004). *Optimization*. Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York.
- Lee, P. M. (2004). *Bayesian Statistics: An Introduction* (3rd ed.). Arnold, London.
- Lehmann, E. L. (2007). *Nonparametrics: Statistical Methods Based on Ranks*. Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York.
- Lehmann, E. L. und G. Casella (1998). *Theory of Point Estimation* (2nd ed.). Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York.
- Lehmann, E. L. und J. P. Romano (2006). *Testing Statistical Hypotheses* (corr. 2nd printing ed.). Springer, New York.
- Marin, J.-M. und C. P. Robert (2007). *Bayesian Core: A Practical Approach to Computational Bayesian Statistics*. Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York.
- Milton, J. S. und R. H. Myers (1998). *Linear Statistical Models* (2nd ed.). Mc Graw Hill, New York.
- Myers, R. H. (1990). *Classical and Modern Regression with Applications* (2nd ed.). Duxbury/Thomson Learning, Boston.
- Rao, C. R. (1973). *Linear Statistical Inference and its Applications* (2nd ed.). John Wiley & Sons, New York.
- Resnick, S. (2003). *A Probability Path* (3rd ed.). Kluwer Academic Publ.
- Rice, J. A. (1995). *Mathematical Statistics and Data Analysis* (2nd ed.). Duxbury Press.
- Robert, C. P. und G. Casella (2008). A history of Markov chain Monte Carlo – subjective recollections from incomplete data. *Technical Report, University of Florida*.
- Rolski, T., H. Schmidli, V. Schmidt und J. Teugels (1999). *Stochastic Processes for Insurance and Finance*. John Wiley & Sons, New York.
- Ryan, T. P. (2008). *Modern Regression Methods* (2nd ed.). John Wiley & Sons, New York.
- Schervish, M. (1995). *Theory of Statistics*. Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York.
- Schmidt, T. (2007). Coping with copulas. In J. Rank (Ed.), *Copulas: from theory to applications in finance*, pp. 1 – 31. Risk Books.
- Seber, G. A. F. und C. J. Wild (2003). *Nonlinear Regression*. John Wiley & Sons, New York.
- Serfling, R. J. (1980). *Approximation Theorems of Mathematical Statistics*. John Wiley & Sons, New York.
- Shao, J. (2008). *Mathematical Statistics*. Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York.
- Sprent, P. und N. C. Smeeton (2000). *Applied Nonparametric Statistical Methods*. Chapman & Hall/CRC, London.
- Wald, A. (1949). Note on the consistency of the maximum likelihood estimate. *Annals of Mathematical Statistics* 29, 595 – 601.
- Wang, Y. Y. (1971). Probabilities of type I errors of the Welch tests for the Behrens-Fisher problem. *Journal of the American Statistical Association* 66, 605 – 608.
- Weisberg, S. (2005). *Applied Linear Regression* (3rd ed.). John Wiley & Sons, New York.
- Welch, B. (1949). Further note on Mrs Aspin's tables and on certain approximations to the tabled function. *Biometrika* 36, 293 – 296.

Sachverzeichnis

Symbols

- A^m 52
- $B(a, b)$ 14
- F_n 73
- $F_{k, m}(\theta)$ 16
- I_n 193, 199
- $M(n, p_1, \dots, p_k)$ 10
- $Q(\boldsymbol{\theta})$ 80
- $R(\boldsymbol{\theta}, T)$ 104
- R^2 223
- W_0^\perp 213
- $X_{(i)}$ 23
- Bin(n, p) 10
- $\mathbb{E}(X | Y)$ 21
- $\mathbb{E}(\mathbf{X})$ 7
- $\mathbb{E}(\mathbf{X} | \mathbf{Y})$ 22
- $\mathbb{E}(\|\mathbf{X}\|) < \infty$ 7
- $\Gamma(a)$ 13
- $\mathbb{1}$ 49
- \mathbb{N} 236
- \mathbb{N}_0 170
- $\Phi(x)$ 12
- Poiss(λ) 10
- $\Psi_X(s)$ 9
- \mathbb{R}^+ 26
- \mathbb{R}^- 92
- Var(\mathbf{X}) 19
- \bar{A} 2
- \bar{X} 5, 42
- $\mathbf{1}_n$ 195
- $\mathcal{N}_k(\boldsymbol{\mu}, \Sigma)$ 19
- χ^2 -Anpassungstest 96
- χ^2 -Verteilung 13
 - nichtzentrale 15
 - Quantil 144
- $\chi_k^2(\theta)$ 16
- χ_n^2 13
- $\chi_{n, \alpha}^2$ 144
- $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle$ 198
- $|\cdot|$ 7
- $\|\mathbf{u}\|$ 198
- $\phi(x)$ 12
- \propto 86
- σ -Algebra 2
- Hypergeo(N, n, θ) 11
- Gamma(a, λ) 17
- $\hat{\sigma}^2(\mathbf{X})$ 34
- \hat{p}_k 73
- $\hat{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{x})$ 72
 - $\xrightarrow[\mathbb{P}]{n \rightarrow \infty}$ 25
 - $\xrightarrow[\mathcal{L}]{n \rightarrow \infty}$ 27
 - $\xrightarrow[f.s.]{n \rightarrow \infty}$ 25
- $a \pm b$ 140
- $b(\boldsymbol{\theta}, T)$ 104
- $c(\Theta)$ 89
- $p(\cdot, \boldsymbol{\theta})$ 41
- $p(x | y)$ 20
- $p_{\boldsymbol{\theta}}$ 41
- $s^2(\mathbf{X})$ 5, 29
- t -Verteilung
 - nichtzentrale 15
- t_n 14
- $t_n(\theta)$ 15
- $t_{n, \alpha}$ 143
- z_a 141
- $\mathbb{1}_A$ 45
- (AR) 128
- (CR) 115
- (WN) weißes Rauschen 78

A

- a posteriori-Verteilung 59
 - Exponentialverteilung 70
- a priori-Verteilung 59
 - nicht wohldefiniert 62
 - nicht-informativ 62
- abhängige Variable 191
- absolute Abweichung 96
- Abweichung
 - absolute 96
 - quadratische 96
- allgemeines lineares Modell 193
- Alternative 148
 - ein-, zweiseitig 148
- Analysis of Variance 193, 224
- Annahmehereich 158
- ANOVA 193, 224
 - Tabelle 226
- Anpassungstest
 - χ^2 - 96
 - Kolmogorov-Smirnov 96
- Approximation
 - Welch- 185
- AR(1)
 - Likelihood-Quotiententest 189
 - Momentenschätzer 98
- arithmetischer Mittelwert 5
- Arrhenius-Gesetz 232
- asymptotisch effizient 126
- asymptotisch normalverteilt 122
- asymptotisch unverzerrt 105
- asymptotische Effizienz 127
- asymptotische Normalität 122
- Asymptotische Verteilung
 - MLS 128
- Ausreißer 102
- autoregressiv 98

B

- Bayes-Formel 3
- Bayesianische Schätzer 115
- Bayesianischer Intervallschätzer 146
- Bayesianisches Modell 59
- bedingte Dichte von Zufallsvektoren 22
- bedingte Varianz 32
- bedingte Verteilung 21
- bedingte Wahrscheinlichkeit 2
- bedingter Erwartungswert 21
 - Regeln 31
- Bernoulli-Verteilung 10, 21, 124
 - suffiziente Statistik 21

- UMVUE 130
- Beta-Funktion 14, 34
- Beta-Verteilung 18
 - MLS 99
 - Momentenschätzer 97, 98
 - Suffizienz 66
- bias (Verzerrung) 104
- Bienaymé 9
- Bild einer Statistik 46
- Binomialverteilung 10
 - Beispiel 51
 - Momentenschätzer 97
 - trunkierte 186
 - UMVUE 131
- BLUE 209
- Bonferroni-Ungleichung 146

C

- Cauchy-Schwarz Ungleichung 8
- charakteristische Funktion 9
- Continuous Mapping Theorem 25
- Cramér-Rao
 - Regularitätsbedingungen (CR) 115
- Cramér-Rao-Schranke 118
- Credible Interval 146

D

- Darstellung
 - koordinatenfreie 196
 - koordinatengebundene 195
- Delta-Methode 123
- Designmatrix 195
- Dichte 4
- Dirichlet-Verteilung 66
- diskrete Zufallsvariable 3
- diskreter Wahrscheinlichkeitsraum 2
- Dummy Variable 192

E

- effizient
 - asymptotisch 126
- Effizienz 128
 - asymptotische 126, 127
- einfache lineare Regression 191
 - Beispiel 81
- Einfluss-Funktion 116
- einparametrische exponentielle Familie 49
- einseitige Alternative 148
- Elementarereignis 2
- empirische Verteilungsfunktion 73

- empirisches Moment 125
 - endogene Variable 78, 191
 - Erlang-Verteilung 17
 - erwartungstreu 104
 - Erwartungswert 7
 - bedingter 21
 - Regeln für den bedingten 31
 - Satz vom iterierten 23
 - Erwartungswertvektor 204
 - exogene Variable 78, 191
 - explorative Datenanalyse 224
 - Exponentialverteilung 11, 48
 - a posteriori-Verteilung 70
 - Gedächtnislosigkeit 29
 - Konfidenzintervall 160
 - Mittelwertvergleich 161
 - MLS 99, 100
 - Momentenschätzer 98, 100
 - nichtzentrale 100
 - Test 186
 - UMVUE-Schätzer 112
 - zweidimensionale 100
 - zweiseitige 30, 65, 98
 - zweiseitiger Test 188
 - exponentielle Familie 49, 55, 116, 172
 - K-parametrische 55
 - einparametrische 49
 - Gegenbeispiel 51
 - i.i.d. Kombination 51
 - natürliche 50
 - NP-Test 172
 - optimale Teststatistik 172
 - tabellarische Auflistung 237
 - UMP-Test 172
 - exponentielle Familien
 - MLS 89, 92
 - Vollständigkeit 112
 - Extremwertverteilung 136
- F**
- F-Test 216, 219
 - F-Verteilung 14
 - nichtzentral 16
 - Faktorisierungssatz 46
 - Faltungformel 33
 - Familie
 - exponentielle 49, 55, 116
 - konjugierte 60
 - fast sichere Konvergenz 25
 - Fehler 1. und 2. Art 149
 - Fischer-Scoring-Methode 94
 - Fisher-Information 116, 127
 - Form
 - kanonische 200
- Fréchet-Verteilung 137
- Funktion
 - Einfluss- 116
 - Indikator- 45, 49
 - Likelihood- 84
 - Score- 116
- G**
- Gütefunktion 150, 162
 - Bernoulli 151
 - Gamma-Funktion 13
 - Gamma-Verteilung 16
 - inverse 67
 - Momentenschätzer 97
 - Test für den Skalenparameter λ 174
 - UMVUE 132
 - Gauß
 - inverse Gauß-Verteilung 66
 - Gauß-Test
 - einseitiger 153
 - zweiseitiger 157, 175
 - Gedächtnislosigkeit 29
 - geometrische Verteilung 97
 - MLS 99
 - Momentenschätzer 97
 - Gesamtmittelwert 197
 - geschätzter Erwartungswertvektor 204
 - Gesetz der großen Zahl 26, 27
 - GEV
 - Generalized Extreme Value Distribution 136
 - gewichtete Kleinste-Quadrate-Schätzer 83
 - Gleichungen
 - Normalen 80
 - Gleichverteilung 11, 64, 77
 - Asymptotik des MLS 136
 - Beispiel 51
 - diskrete 77, 99
 - Konfidenzintervall 159
 - MLS 99
 - Momentenschätzer 97
 - UMVUE 131
 - UMVUE-Schätzer 114
 - verschobene 64
 - Grenzwertsatz
 - Zentraler 27
 - Grundraum 1
 - Gumbel-Verteilung 137
- H**
- Häufigkeit

- relativ 73
- Hardy-Weinberg Gleichgewicht 74
- Hazard-Rate 101
- heteroskedastisch 83
- homogene Varianzen 182
- homoskedastisch 78
- hypergeometrische Verteilung 11, 37
- Hypothese
 - einfache 148
 - zusammengesetzte 148
- I**
- i.i.d. 7, 51
- idempotent 204
- Identifizierbarkeit 40
- improper non informative prior 62
- Indifferenzzone 155, 156
- Indikatorfunktion 45, 49
- Information
 - Fisher- 116
- Informationsungleichung 117
- inhomogene Varianzen 184
- integrierbar 7
 - quadrat- 8
- Intervallschätzer
 - Bayesianischer 146
- Interzeptparameter 193
- inverse Gamma-Verteilung 67
- inverse Gauß-Verteilung 66
- iterierter Erwartungswert 23
- J**
- Jensensche Ungleichung 7
- K**
- kanonische Form 200
- kanonische Statistik 49
- Kleinste-Quadrate-Methode 80
- Kleinste-Quadrate-Schätzer 80, 203
 - gewichtete 83
 - lineares Modell 203
- Kolmogorov-Smirnov-Anpassungstest 96
- Konfidenzbereich 145
- Konfidenzintervall 140
- Konfidenzkoeffizient 141
- Konfidenzniveau 140
- konjugierte Familie 60
- konsistent 120, 121
 - MLS 121
- Konvergenz
 - fast sichere 25
 - in Verteilung 27
 - Monotone 28
 - stochastische 25
- koordinatenfreie Darstellung 196
- koordinatengebundene Darstellung 195
- Korrelation 8, 29
- Kovariable 78, 79, 191
 - qualitative 192, 224
- Kovarianz 8
- Kovarianzanalyse 193
- KQS (Kleinste-Quadrate-Schätzer) 80, 203
- kritischer Bereich 148
- kritischer Wert 148
- Kurtosis 8
- L**
- Lévy-Verteilung 31
- Laplace-Verteilung 65
 - Momentenschätzer 98
- Laplacesche Modelle 10
- Least Squares Estimator 80
- Lebensdaueranalyse 100, 101
- Lehmann-Scheffé 110
- Lemma
 - Neyman-Pearson 164
- Level- α -Test 150
- Likelihood-Funktion 84
- Likelihood-Quotienten
 - montone 189
- Likelihood-Quotienten-Statistik 164
 - verallgemeinerte 178
- Likelihood-Quotiententest
 - AR(1) 189
- Likelihood-Ratio-Statistik 164
- Likelihoodfunktion 62
- lineare Abhängigkeit 8
- lineare Modelle
 - Einführung 191
- lineare Regression 56
 - einfache 191
 - multiple 220
- lineares Modell 193
 - koordinatenfreie Darstellung 196
 - allgemeines 193
- Log-Likelihood-Funktion 85
- Log-Likelihood-Gleichung 85
- Log-Normalverteilung 136
- LSE 80

M

marginale Verteilung 59
 Markov-Ungleichung 26
 Matched Pair Experiments 179
 Matrix
 Design- 195
 nicht negativ definit 20
 Maxima
 von i.i.d. Stichproben 136
 Maximum 24
 Maximum Likelihood Methode 84
 Maximum-Likelihood-Schätzer 84, 99
 $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, μ, σ unbekannt 93
 Asymptotik 128
 Beta-Verteilung 99
 Exponentialverteilung 99
 f. K -dim. exponentielle Familien 92
 f. exponentielle Familien 89
 geometrische Verteilung 99
 Gleichverteilung 99, 136
 Invarianz unter Transformation 86
 Konsistenz 121
 Normalverteilung 99
 Numerische Bestimmung 93
 meßbar 3
 Meßbarkeit 3
 Meßmodell 38, 41, 50, 71, 72, 78
 Mean Squared Error 104
 Median 96
 Methode
 der kleinsten Quadrate 80
 Maximum-Likelihood- 84
 minimal suffizient 67
 Minimax-Schätzer 115
 Minimum 24
 Mischung 99
 Mittelwert 5, 112
 Gesamt- 197
 mittlerer betraglicher Fehler 104
 mittlerer quadratischer Fehler 104
 MLE (Maximum-Likelihood-Estimate) 84
 MLS (Maximum-Likelihood-Schätzer) 84
 Modell
 Bayesianisches 59
 Identifizierbarkeit 40
 nichtparametrisches 41
 parametrisches 41
 reguläres 41
 statistisches 1, 39
 Moment 7, 8, 75, 125
 empirisches 125

Stichproben- 75
 momentenerzeugende Funktion 9, 30, 54
 Momentenmethode 75, 76
 Momentenschätzer 97, 121
 AR(1) 98
 Konsistenz 121
 Monotone Konvergenz
 Satz von der 28
 monotone Likelihood-Quotienten 189
 MQF (mittlerer quadratischer Fehler) 104
 MSE 104
 Multinomialverteilung 10, 94, 169
 Asymptotische Normalität 124
 Konsistenz 120
 multiple lineare Regression 220
 multiple Regression 193
 multivariate Normalverteilung 18
 N
 natürliche suffiziente Statistik 49, 56
 Newton-Methode 94
 Neyman-Pearson-Lemma 164
 Neyman-Pearson-Test 167
 nicht negativ definit 20
 Nichtidentifizierbarkeit 40
 nichtlineare Regression 232
 nichtparametrische Statistik 96
 nichtzentrale F -Verteilung 16
 nichtzentrale χ^2 -Verteilung 15
 nichtzentrale t -Verteilung 15
 Nichtzentralitätsparameter 16
 Normal-Gamma-Verteilung 69
 Normalgleichungen 80, 207, 208, 232
 Normalität
 asymptotische 122
 normalverteilt
 asymptotisch 122
 Normalverteilung 12
 $\mathbb{E}(|X|)$ 30
 k -variat 19
 Beispiel 50–52, 56
 Fisher-Information 116
 Konfidenzintervall 142, 159
 Mittelwertvergleich 159, 162
 MLS 99
 MLS, μ, σ unbekannt 93
 Momente 30
 MQF 104
 multivariate 18
 multivariate Dichte 19
 singuläre 19

- suffiziente Statistik 48
 - UMVUE-Schätzer 112, 130
 - Varianzvergleich 160
 - zweiparametrische exponentielle Familie 56
 - Normierungskonstante 50
 - NP-Test 167
 - Nuisance Parameter 40
 - Null-Hypothese 148, 149
 - Numerische Bestimmung des MLS 93
- O**
- oberhalbstetig 121
 - One-Way-Layout 194
 - optimale Statistik 164, 166
 - Ordnungsgrößen 23
 - Ordnungsstatistiken 23, 64
 - Overall Mean 197
- P**
- p-Stichprobenproblem 193, 214
 - alternative Parametrisierung 197
 - p-Wert 154
 - p.d. 236
 - Parameterraum 39
 - parametrische Statistik 96
 - Pareto-Verteilung 187
 - Suffizienz 66
 - Pivot 141
 - Poisson-Prozess 44, 48
 - Poisson-Verteilung 10, 76
 - Effizienz 127
 - Fisher-Information 117
 - Momente 31
 - Momentenerzeugende Funktion 31
 - Vollständigkeit 110
 - Präzision 69
 - Projektion 204
- Q**
- quadrat-integrierbar 8
 - quadratische Abweichung 96
 - Qualitätssicherung 37, 39, 43, 44, 57
 - Bayesianisch 57
 - qualitative Kovariablen 224
 - Quantil 141
 - χ^2 -Verteilung 144
- R**
- randomisierter Test 148
 - Rao-Blackwell
 - Satz von 109
 - Rayleigh-Verteilung 15, 55
 - Momente 34
 - UMVUE 131
 - Regression 78
 - einfache, lineare 191
 - allgemeine 78
 - lineare 56
 - multiple 193
 - multiple lineare 220
 - nichtlineare 232
 - Regressionsgerade 82
 - Regressionsparameter 193
 - reguläres Modell 41
 - relative Häufigkeit 73
 - Residuen
 - standardisierte 221
 - Residuenquadratsumme 210
 - Residuenvektor 204
 - Response 78, 191
 - RSS 210
- S**
- Satz
 - Rao-Blackwell 109
 - von Bayes 3
 - Faktorisierungs- 46
 - Gauß-Markov 209
 - Gesetz der großen Zahl 26, 27
 - Lehmann-Scheffé 110
 - Monotone Konvergenz 28
 - Neyman-Pearson-Lemma 164
 - Stetigkeits- 25
 - Substitutions- 23
 - vom iterierten Erwartungswert 23
 - Schätzer 72
 - asymptotisch effizient 126
 - Bayesianische 115
 - erwartungstreu 104
 - konsistenter 120
 - Maximum-Likelihood 84
 - UMVUE 108, 120
 - unverzerrt 104, 107, 112, 118
 - unzulässig 106
 - Schätzwert 72
 - Schiefe 8
 - Schranke
 - Cramér-Rao 118
 - schwaches Gesetz der großen Zahl 26, 27
 - Score-Funktion 116
 - Signifikanzniveau 150

- Smirnov-Anpassungstest 96
 Störparameter 40
 standardisierte Residuen 221
 Standardnormalverteilung 12
 Statistik
 Definition 43
 kanonische 49
 natürliche suffiziente 49, 56
 nichtparametrische 96
 optimale 164
 suffiziente: Beispiele 48
 vollständige 110
 statistisches Modell 39
 stetige Zufallsvariable 4
 Stetigkeitskorrektur 152
 Stetigkeitssatz 25
 Stichprobe 37, 39
 Stichprobenmoment 75
 Stichprobenproblem
 p- 193
 Stichprobenvarianz 5, 29, 34, 63, 105,
 108, 112, 142
 stochastische Konvergenz 25
 Studentscher t-Test 181
 Substitutionssatz 23
 suffizient 44
 suffiziente Statistik
 natürliche 49, 56
 Suffizienz
 Beispiele 66
 Beta-Verteilung 66
 minimal suffizient 67
 Pareto-Verteilung 66
 Weibull-Verteilung 66
 symmetrisch verteilt 38
- T**
- t-Test 181, 219
 zweiseitiger 179
 t-Verteilung 14
 Test 148
 Exponentialverteilung 186, 188
 F- 216
 Gauß 153, 157, 175
 Level- α - 150
 randomisiert 148
 t- 179, 181, 219
 UMP- 163
 unverzerrter 176
 verallgemeinerter Likelihood-
 Quotienten- 178
 zweiseitig 157
 totale Ableitung 123
- Transformationsatz 5
 trunkierte Binomialverteilung 186
 Tschebyscheff-Ungleichung 26
- U**
- UMP-Test 163
 UMVUE
 Binomialverteilung 131
 Gleichverteilung 131
 Rayleigh-Verteilung 131
 UMVUE-Schätzer 108
 ist nicht MLS: Exponentialverteilung
 112
 unabhängig 6
 unabhängige Variable 78, 191
 Unabhängigkeit 3
 von Zufallsvariablen 6
 Ungleichung
 Bonferroni- 146
 Cauchy-Schwarz 8
 Informations- 117
 Jensen 7
 Markov- 26
 Tschebyscheff- 26
 uniformly most powerful 163
 unkorreliert 8
 unverzerrt 109, 142
 asymptotisch 105
 unverzerrter Schätzer 104
 unverzerrter Test 176
 unzulässiger Schätzer 106
- V**
- Variable
 endogene 78, 191
 exogene 78, 191
 Ko- 78, 191
 unabhängige 78, 191
 Variablen
 qualitative Ko- 224
 Varianz 8
 bedingte 32
 homogene 192
 Varianz-Kovarianz Matrix 19
 Varianzanalyse 193, 224
 Varianzanalyse-Tabelle 230
 Varianzen
 homogene 182
 inhomogene 184
 verallgemeinerte Likelihood-Quotienten-
 Statistik 178

- verallgemeinerter Likelihood-
Quotienten-Test 178
- Verteilung 4
 - χ^2 13
 - k -variate Normal- 19
 - a posteriori- 59
 - a priori- 58, 59
 - bedingte 21
 - Bernoulli 10, 21, 124
 - Beta- 18
 - Binomial- 10
 - Dirichlet- 66
 - Erlang- 17
 - Exponential- 11
 - Extremwert- 137
 - F- 14
 - Fréchet 137
 - Gamma- 16
 - geometrische 97
 - GEV 137
 - Gleich- 11
 - Gumbel 137
 - hypergeometrische 11, 37
 - inverse Gauß- 66
 - Konvergenz in 27
 - Lévy- 31
 - Laplace 65
 - Log-Normal- 136
 - marginale 59
 - Mischung 99
 - Multinomial- 10
 - nichtzentrale χ^2 - 15
 - nichtzentrale F - 16
 - nichtzentrale t - 15
 - Normal- 12
 - Normal-Gamma- 69
 - Pareto- 66, 187
 - Poisson- 10
 - Rayleigh- 15, 34, 55
 - t - 14
 - Weibull 137
 - Weibull- 66
- Verteilungsfunktion 4
 - empirische 73
- Verteilungskonvergenz 27
- Verwerfungsbereich 148
- verzerrt 109
- Verzerrung 104
- vollständig 110
- Vollständigkeit
 - exponentielle Familien 112
- W**
 - Wahrscheinlichkeit
 - bedingte 2
 - Wahrscheinlichkeitsfunktion 4
 - Wahrscheinlichkeitsmaß 2
 - Wahrscheinlichkeitsraum 1
 - Wahrseinlichkeitsraum
 - diskret 2
 - Waldsche Identität: Gleichung (1.17) 33
 - Warteschlange 44, 48
 - weißes Rauschen 78
 - Weibull-Verteilung 137
 - MLS 100
 - Momentenschätzer 98
 - Suffizienz 66
 - Welch-Approximation 185
 - white noise 78
- Z**
 - zensierte Daten 100
 - Zentraler Grenzwertsatz 27
 - zentriertes Moment 8
 - Zielvariable 78, 79, 191
 - Zufallsvariable 3
 - diskret 3
 - integrierbar 7
 - quadrat-integrierbar 8
 - stetig 4
 - Zufallsvariablen
 - unabhängig 6
 - unkorreliert 8
 - zweiseitige Alternative 148
 - zweiseitige Exponentialverteilung 65
 - zweiseitiger t -Test 179
 - zweiseitiger Test
 - Exponentialverteilung 188
 - Zweistichprobenproblem 182, 190–192
 - homogene Varianzen 182
 - ungleiche Varianzen 184