

# Symbolverzeichnis

## Allgemeines

$\complement A$	Komplement der Menge $A$
$\mathcal{P}(S)$	Potenzmenge von $S$
$\mathbb{K}$	$\mathbb{R}$ oder $\mathbb{C}$ (Kapitel V)
$f _S$	Einschränkung der Funktion $f$ auf die Menge $S$
$\chi_B$	Indikatorfunktion der Menge $B$
$\mathbf{1}$	konstante Funktion $t \mapsto 1$
$\{f \geq r\}$	$\{t: f(t) \geq r\}$
$\{f \in B\}$	$\{t: f(t) \in B\}$
$\text{supp}(f)$	$\overline{\{t: f(t) \neq 0\}}$ , Träger von $f$
$D\Phi(x)$	Ableitung von $\Phi$ bei $x$ , Jacobimatrix
$J_\Phi(x)$	$\det D\Phi(x)$ , Jacobideterminante
$\ \cdot\ $	euklidische Norm in Kapitel I bis IV, generische Norm in Kapitel V
$\mathbb{R}^{m \times n}$	Raum der $m \times n$ Matrizen
$\ B\ $	Norm einer Matrix $B$ (Kapitel III)

## Metrische und topologische Räume

$U_\varepsilon(t), B_\varepsilon(t)$	offene bzw. abgeschlossene Kugel in einem metrischen Raum
$\text{dist}(x, A)$	Abstand des Punkts $x$ von der Menge $A$ : $\text{dist}(x, A) = \inf\{d(x, a): a \in A\}$
$\text{diam}(M)$	Durchmesser von $M$
$\overline{M}$	Abschluss von $M$
$\text{int } M$	Inneres von $M$
$\partial M$	Rand von $M$
$M^S$	Menge der Funktionen von $S$ nach $M$

## Funktionentheorie

$\text{Re } z, \text{Im } z$	Real- und Imaginärteil von $z$
$\bar{z}$	konjugiert komplexe Zahl
$\text{Sp}(\gamma)$	Spur einer Kurve $\gamma$

$\int_{\gamma} f(z) dz$	komplexes Kurvenintegral
$\int_{\gamma} f(z)  dz $	$\int_{\gamma} f ds$ , Kurvenintegral nach der Bogenlänge
$n(\gamma; z)$	Umlaufzahl
$\text{res}(f; z)$	Residuum
$\prod_{n=1}^{\infty} a_n$	unendliches Produkt
$\zeta(z)$	Zetafunktion
$\pi(x)$	Anzahl der Primzahlen $\leq x$
$p_n$	$n$ -te Primzahl

### Maß- und Integrationstheorie

$\mathcal{F}^1, \mathcal{F}^d$	Ring der Figuren
$\mathcal{B}_\sigma(\mathbb{R}^d)$	Borelsche $\sigma$ -Algebra
$\lambda^d$	Lebesguemaß
$\delta_x$	Diracmaß
$\sigma(\mathcal{E})$	von $\mathcal{E}$ erzeugte $\sigma$ -Algebra
$d(\mathcal{E})$	von $\mathcal{E}$ erzeugtes Dynkinsystem
$\int_S f d\mu$	abstraktes Lebesguesches Integral
f.ü.	fast überall
$\mathcal{A}_1 \otimes \mathcal{A}_2$	Produkt- $\sigma$ -Algebra
$\mu_1 \otimes \mu_2$	Produktmaß
$\nu \ll \mu$	absolutstetige Maße

### Funktionen- und Folgenräume

$C(T), C^b(T), C_0(\mathbb{R}^d)$	Räume stetiger Funktionen
$C_{2\pi}$	Raum der $2\pi$ -periodischen stetigen Funktionen
$C^1[0, 1]$	Raum der stetig differenzierbaren Funktionen
$W^1(\Omega), H_0^1(\Omega)$	Sobolevräume
$d, c_0, c, \ell^\infty$	Folgenräume (Beispiel V.1(d))
$\ell^p$	$\ell^p$ -Folgenraum (Beispiel V.1(f))
$\mathcal{A}(G)$	Raum der analytischen Funktionen auf $G$
$\mathcal{L}^p(S), \mathcal{L}^p(\mu)$	$\mathcal{L}^p$ -Raum
$\mathcal{K}(S)$	Raum der stetigen Funktionen mit kompaktem Träger
$\mathcal{D}(\Omega)$	Raum der beliebig oft differenzierbaren Funktionen mit kompaktem Träger

### Funktionalanalysis

$\ f\ _{\mathcal{L}^p}, \ f\ _p$	$\mathcal{L}^p$ -Halbnorm von $f$
$\ f\ _{L^p}, \ f\ _p$	$L^p$ -Norm von $f$
$\ f\ _\infty$	Supremumsnorm von $f$
$B_X$	abgeschlossene Einheitskugel: $\{x: \ x\  \leq 1\}$
$S_X$	Einheitssphäre: $\{x: \ x\  = 1\}$
$\text{lin } A$	lineare Hülle von $A$
$\overline{\text{lin } A}$	abgeschlossene lineare Hülle von $A$
$U^\perp$	orthogonales Komplement
$X \cong Y$	isometrisch isomorphe Banachräume
$X', X''$	Dualraum und Bidualraum von $X$
$i_X$	kanonische Einbettung eines Banachraums $X$ in seinen Bidualraum

$x_n \rightharpoonup x$	schwache Konvergenz
$\ker(T), \operatorname{ran}(T)$	Kern und Bild eines Operators $T$
$\lambda - T$	$\lambda \operatorname{Id} - T$
$T^*$	adjungierter Operator
$L(X, Y)$	Raum der linearen stetigen Operatoren von $X$ nach $Y$
$K(X, Y)$	Raum der kompakten Operatoren von $X$ nach $Y$
$F(X, Y)$	Raum der linearen stetigen Operatoren von $X$ nach $Y$ mit endlichdimensionalem Bild
$L(X), K(X), F(X)$	entsprechender Raum von Operatoren von $X$ nach $X$

# Namen- und Sachverzeichnis

- abgeschlossene Menge 3, 7, 20
- Abschluss einer Menge 3, 8, 20
- absolutstetig 323
- Abzählbarkeitsaxiom 48
- Alexandrov-Kompaktifizierung 53
- analytische Fortsetzung 80
- Anfangswertproblem 130
  - maximale Lösung 150
  - nicht eindeutig lösbares 133
- aperiodischer Grenzfall 137
- Approximation, beste 321
- äquivalente Norm 300, 301, 315
- Argumentprinzip 103
- asymptotisch stabil 180
- Attraktor 181
- äußeres Maß 220
  
- Bairerraum 39
- Bairescher Kategoriensatz 42, 311
- Banach, S. 6, 293
- Banachraum 293
  - endlichdimensionaler 301, 303
  - reflexiver 349
- Banachscher Fixpunktsatz 144
- Besselsche Ungleichung 331
- Bidualraum 348
- Bildmaß 280
- Borelmenge 212
- Borel- $\sigma$ -Algebra 212, 284
- Brouwerscher Fixpunktsatz 122, 273, 277
  
- Cantormenge 16, 243, 283
- Cauchy-Riemannsche
  - Differentialgleichungen 61
- Cauchy-Schwarzsche Ungleichung 315
- Cauchyfolge 5
- Cauchysche Integralformel 89, 90
  - für den Kreis 77, 80
- Cauchyscher Integralsatz
  - für konvexe Gebiete 72
  - Homotopieversion 74
- Cavalierisches Prinzip 257
- Chebyshevsche Ungleichung 286
  
- D'Alembertsches Reduktionsverfahren 201
- DDT 193
- Diagonalfolgenargument 25, 339, 354
- dichte Menge 11
- Differentialgleichung
  - autonome 129
  - gewöhnliche 129
  - lineare
    - inhomogene 141
    - $n$ -ter Ordnung 167
  - logistische 132
  - mit getrennten Veränderlichen 138
  - partielle 129
- Differentialgleichungssystem 136
  - Hamiltonsches 205
  - lineares 153
  - inhomogenes 158

- Differentiation unter dem Integral 245
- Diracfolge 265
  - periodische 268
- Diracmaß 215, 239
- Dirichletkern 335
- Dirichletreihe 127
- Dreiecksungleichung 292
  - für Integrale 64, 143
  - umgekehrte 300
- Dualraum 306
  - separabler 348, 350
  - von  $c_0$  340
  - von  $C(K)$  344
  - von  $L^p$  342
  - von  $\ell^p$  340
  - von  $\ell^\infty$  347
- Dynkinsystem 224
  
- Eigenfunktion 352
- Eigenwert eines Operators 352
  - Vielfachheit 364
- einfach zusammenhängend 73
- einfacher Pol 96
- Einheitsvektor 304
- Ein-Punkt-Kompaktifizierung 53
- endlich additiv 214
- endliche Durchschnittseigenschaft 27
- erstes Integral 190
- Erwartungswert 280
- Erzeuger einer  $\sigma$ -Algebra 212
  - $\cap$ -stabiler 224
- erzwungene Schwingung 174
- Existenzsatz
  - von Peano 149
  - von Picard-Lindelöf 146
- Exponentialfunktion 58
  - einer Matrix 160
  
- Faltung 265, 269
- fast überall 242
- Fejér, L. 334
- Fejérkern 335
- Figur 210
- Filterbasis 26
- Fluss 178
- folgenkompakter Raum 23
- Fortsetzungssatz von Carathéodory 222
- Fortsetzungssatz von Tietze 37
- Fourierkoeffizient 333
- Fourierreihe 177, 333, 338, 377
  - gleichmäßige Konvergenz 333
  - $L^2$ -Konvergenz 338
  - punktweise Konvergenz 336
- Fouriertransformierte 285
- Fréchet, M. 3
- Fredholmsche Alternative 361
- Fredholmsche Integralgleichung 291
- Fredholmscher Integraloperator 310
- Friedrichssche Glättung 271
- Fundamentalmatrix 156
- Fundamentalsatz der Algebra 83, 105
- Fundamentalsystem 156, 169
- Funktion
  - analytische 57
  - der 1. Baireschen Klasse 42
  - ganze 82
  - gleichmäßig stetige 5
  - Greensche 198
  - halbstetige 51
  - harmonische 64
  - holomorphe 57
  - integrierbare 236
  - komplex differenzierbare 57
  - komplexe Wurzelfunktion 93
  - meromorphe 94
  - messbare 228
    - $\mathbb{R}$ -wertige 231
  - nirgends differenzierbare 45
  - rationale 58
  - stetige 4, 13, 21
- Funktional
  - stetiges 305
  - unstetiges 372
  
- Gammafunktion 127
- $G_\delta$ -Menge 41
- Gebiet 63
- gerichtete Menge 19
- Gleichgewichtspunkt 181
- gleichgradig stetig 24
- Gramschen Determinante 278
- Gram-Schmidt-Verfahren 329
- Greensche Funktion 198, 366
- Grönwall'sches Lemma 182

- Haarfunktionen 375
- Halbnorm 247, 292
- halbnormierter Raum 292
- Hamiltonsche Systeme 205
- Häufungspunkt 3
- Hauptteil einer Laurentreihe 96
- Hausdorff, F. 3
- Hausdorffmaß 283
- Hausdorffraum 17
- Hilbertraum 316
- Höldersche Ungleichung 247, 251, 297
- homöomorphe Räume 16
- Homöomorphismus 16, 22
- Homotopie geschlossener Kurven 73
  
- Identitätssatz 80
- Indikatorfunktion 18
- Inhalt 214
  - Jordanscher 216
- innerer Punkt 2, 8
- Inneres einer Menge 3, 8
- inneres Produkt 315
- Integraloperator 309, 327, 355, 356
  - Fredholmscher 310
  - Volterrascher 377
- Intervall
  - $d$ -dimensionales 210
- irrational slope space 35
- isometrisch isomorph 332
- Isomorphismus 332
  - isometrischer 332
  
- Jordansche Zerlegung 325
- Jordanscher Inhalt 216
  
- Karte 277
- Kategorie
  - von erster 41, 243
  - von zweiter 41
- Kern eines Integraloperators 310
- kompakter Raum 5, 21
  - vs. folgenkompakter Raum 29
- konforme Abbildung 106
- konjugierter Exponent 343
- konvergente Folge 3, 17
- konvergentes Netz 19
- Konvergenz
  - im  $p$ -ten Mittel 249
  - stochastische 286
  - unbedingte 330
- Konvergenzradius 55
- Konvergenzsatz von Weierstraß 85
- konvexe Menge 71
- Kuratowskische Hüllenoperation 48
- Kurve 65
- Kurvenintegral 65
  
- Lagrangesche Identität 367
- Laurentreihe 96
- Lebesgue, H. 208
- Lebesguemaß 226, 257
  - auf einer Untermannigfaltigkeit 279
  - Regularität 227
  - Translationsinvarianz 226, 283
- Lebesguescher Konvergenzsatz 241, 245
- Lebesguesches Integral 236, 239
- Lebesgue-Stieltjes-Maß 228, 285
- Lemma von Borel-Cantelli 282
- Lemma von Fatou 240
- Lemma von Urysohn 37
- Lindelöf-Raum 263
- Lipschitzbedingung 146
  - lokale 146
- lokalkompakter Raum 52
- Lotka-Volterra-Gleichungen 135, 190
- $\mathcal{L}^p$ -Halbnorm 247
- $L^p$ -Norm 299
- $\mathcal{L}^p$ -Raum 246
  - Vollständigkeit 249
- $L^p$ -Raum 299
- $\mathcal{L}^\infty$ -Raum 251
- $L^\infty$ -Raum 299
- Lyapunovfunktion 187
  
- Maß 215
  - absolutstetiges 323
  - äußeres 220
  - komplexes 325
  - mit Dichte 239
  - reguläres 227
  - signiertes 325
- Maßraum 232
- mathematisches Pendel 188
- Phasenporträt 190

- maximale Lösung eines
  - Anfangswertproblems 150
- Maximumprinzip 83
- messbare Menge 220
- messbarer Raum 228
- Metrik 2
- metrischer Raum 2
  - kompakter 5
  - vollständiger 5
- metrisierbarer Raum 7
- Minkowskische Ungleichung 248, 298
- Multiindex 271
  
- Netz 19
  - konvergentes 19
  - universelles 26
- Neumannsche Reihe 353
- nirgends dichte Menge 41
- Norm 5, 292
  - äquivalente 300, 315
  - feinere 308
  - gröbere 308
- normale Familie 86
- normaler Raum 36, 37
- normierter Raum 5, 292
- nullhomotop 73
- Nullmenge 242
  
- offene Abbildung 312
- offene Menge 2, 6
- Operator
  - adjungierter 326
  - beschränkter 306
  - endlichdimensionaler 355
  - kompakter 354, 364
    - endlichdimensionale
      - Approximation 357
  - selbstadjungierter 327
  - stetiger 305
- Operatornorm 306
- Ordnung
  - einer Nullstelle 102
  - eines Pols 96
- orthogonal 320
- Orthonormalbasis 329
- Orthonormalsystem 329
  
- Parallelogrammgleichung 317
  
- Parsevalsche Gleichung 332
- partielle Integration 374
- partikuläre Lösung 142
- Phasenporträt 178
  - des mathematischen Pendels 190
- Phasenraum 178
- Pol 94
- positiv definit 315
- Potenzreihe 55, 59
- Prämaß 215
- Prähilbertraum 316
- Primzahlen 9
- Primzahlsatz 106, 119
- Prinzip der gleichmäßigen
  - Beschränktheit 311
- Prinzip der guten Mengen 213
- Produktmaß 256
- Produkt- $\sigma$ -Algebra 254
- Produkttopologie 11, 28, 48
- Projektionssatz 320
- Pseudometrik 2
- pseudometrischer Raum 2
  
- Rademacherfunktionen 375
- Rand einer Menge 3, 8
- Randwertproblem 195
  - Sturm-Liouvillesches 196, 366
- Räuber-Beute-Gleichungen 135, 190
- reflexiv 349
- relativ abgeschlossene Menge 12
- relativ offene Menge 12
- relativkompakt 21, 354
- Relativtopologie 12
- Residuensatz 97
- Residuum 96
- Resonanz 175
- Resonanzkatastrophe 177
- Richtungsfeld 134
- Riemann, B. 107
- Riemannsche Fläche 93
- Riemannsche Vermutung 119
- Riemannscher Abbildungssatz 106
- Riemannscher Hebbbarkeitssatz 95
- Rieszscher Darstellungssatz 344, 376
- Rieszsches Lemma 302
- Ring 209

- Satz von der dominierten Konvergenz 241, 245
- Satz von der Gebietstreue 105
- Satz von der monotonen Konvergenz 235
- Satz von der offenen Abbildung 313
- Satz von
  - Arzelà-Ascoli 24, 50
  - Baire 39, 42, 311
  - Banach-Steinhaus 311
  - Beppo Levi 235
  - Carathéodory 222
  - Carleson 337
  - Casorati-Weierstraß 95
  - Egorov 246
  - Fejér 336
  - Fischer-Riesz 333
  - Fréchet-Riesz 322
  - Fubini 258, 259
  - Hahn-Banach 344
  - Hurwitz 126
  - Lax-Milgram 322
  - Lebesgue 241, 245
  - Liouville 82
  - Montel 86
  - Morera 85
  - Peano 149
  - Perron 289
  - Picard 95, 123
  - Picard-Lindelöf 146
  - Pythagoras 320
  - Radon-Nikodým 323, 325
  - Rouché 103
  - Tietze-Urysohn 37
  - Tikhonov 29
  - Tonelli 258
- schwache Ableitung 319
- schwache Konvergenz 339, 350, 374
- schwaches Kompaktheitsprinzip 339, 351
- Schwarzsches Lemma 123
- Schwingungsgleichung 136, 173
- selbstadjungiert 327
- separabler Raum 11, 303
- sesquilinear 315
- Shiftoperator 328
- Sierpiński-Raum 7
- $\sigma$ -additiv 215
- $\sigma$ -Algebra 209
  - Borelsche 212, 284
  - erzeugte 212
  - Spur- 214
- $\sigma$ -endlich 224
- Singularität
  - hebbare 94
  - wesentliche 94
- Sinuskurve des Topologen 33
- Skalarprodukt 315
- Sobolevräume 319
- Sorgenfrey-Ebene 48
- Sorgenfrey-Gerade 48
- Spaltensummennorm 372
- Spektralsatz für kompakte Operatoren 364, 365
- Spektrum 353
- Spur einer Kurve 65
- Spur- $\sigma$ -Algebra 214
- Spurtopologie 12
- stabil 180
  - asymptotisch 180
- sternförmiges Gebiet 74
- stochastische Konvergenz 286
- Stufenfunktion 253
- Sturm-Liouvillesches Eigenwertproblem 367
- Sturm-Liouvillesches Randwertproblem 196, 366
- Supremumsnorm 6, 293
  - wesentliche 251
- $T_2$ -Raum 36
- $T_4$ -Raum 36
- Teilnetz 26
- Topologie 3, 6
  - der gleichmäßigen Konvergenz auf Kompakta 11
  - der punktweisen Konvergenz 11
  - diskrete 7
  - feinere 14
  - gröbere 14
- topologischer Raum 6
  - Bairescher 39
  - folgenkompakter 23
  - kompakter 5, 21, 27
  - lokalkompakter 52



- topologischer Raum (*Forts.*)
  - normaler 36, 37
  - wegzusammenhängender 32
  - zusammenhängender 30
- Transformationsformel für mehrdimensionale Integrale 260
- Treppenfunktion 231
  - Dichtheit in  $L^p$  252
  - kanonische Darstellung 232
- trigonometrisches Polynom 337
  
- Ultrafilter 27
- Umgebung 2, 8
- Umgebungsbasis 8
- Umlaufintegral 65
- Umlaufzahl 89
- unendliches Produkt 108
- Untermannigfaltigkeit 277
  
- Variation der Konstanten 140, 157, 169
- verallgemeinerte Ableitung 319
- Verteilung einer Zufallsvariablen 280
- Vervollständigung 348
- Vielfachheit eines Eigenwerts 364
  
- Vollständigkeit 5
- Volterrascher Integraloperator 377
  
- Wahrscheinlichkeitsraum 279
- wegzusammenhängender Raum 32
- Weierstraßscher Approximationssatz
  - 264
  - zweiter 337
- Weierstraßscher Konvergenzsatz 85
- Wellengleichung 369
- Wirtinger-Ableitungen 121
- Wronskideterminante 157, 201, 203
- Wurzelfunktion
  - komplexe 93
  
- Youngsche Ungleichung 269
  
- Zeilensummennorm 373
- Zetafunktion 107
  - Nullstellen 112, 119
- Zornsches Lemma 345
- Zufallsvariable 279
- zusammenhängender Raum 30, 63
- Zusammenhangskomponente 51
- Zweig des Logarithmus 90