Fußnoten

1) In der Literatur häufig auch $\varkappa(f,g) =: fg$ für g nach f. Es ist noch nicht klar, welche Bezeichnung sich durchsetzen wird.

2) Andere übliche Bezeichnungen : $M(A,B)$, $Mor_{\mathfrak{C}}(A,B)$, $Mor(A,B)$, $Hom_{\mathfrak{C}}(A,B)$, $Hom(A,B)$, $hom(A,B)$ und (A,B) (neuerdings bei Freyd [14]).

3) Man beachte: Gegenstände der Theorie sind die unter a – d genannten Zeichen (darunter die lateinischen Buchstaben), und die daraus gebildeten Zeichenreihen. Zur Bezeichnung solcher Gegenstände, die nicht explizit hingeschrieben werden, verwenden wir vorzugsweise griechische Buchstaben in demselben Sinne wie sonst in der Mathematik Buchstaben für Zahlen, Funktionen usw. verwendet werden.

4) Wir führen später Terme ein, die keine Buchstaben zu sein brauchen. Man unterscheide daher schon hier zwischen Termen und Buchstaben.

5) $\{\alpha,\beta\}$: Sind ξ, μ, ξ', μ' Buchstaben, die in α, β nicht vorkommen, und ist ξ verschieden von μ, ξ' verschieden von μ', so bezeichnen $\tau_\mu \wedge_\xi(\xi \in \mu \Leftrightarrow \xi = \alpha$ oder $\xi = \beta)$ und $\tau_{\mu'} \wedge_{\xi'}(\xi' \in \mu' \Leftrightarrow \xi' = \alpha$ oder $\xi' = \beta)$ denselben Term. Dieser Term wird mit $\{\alpha,\beta\}$ abgekürzt.
Analog für $\mathfrak{P}\varphi$, $\cup\varphi$.

6) Hinweis: Bourbaki [1; p6], [2; 4.4], Zermelo [38], Sonner [34; pp. 174-175], Shephardson [33], Tarski [36], Montague-Vaught [28].

7) Für die Theorie einer Kategorie braucht man die starke Mengenlehre nicht, sondern erst, wenn man konkrete Kategorien konstruieren will (Me_U etc.).

8) Um dies überhaupt formulieren zu können, nehmen wir an, $\mathfrak{T}$ sei eine formale logische Theorie mit Gleichheitszeichen.

9) Diese Bezeichnungen sind wie viele später eingeführte Abkürzungen streng genommen nicht konsistent mit den Bezeichnungen der Mengenlehre. Wegen ihrer Suggestivkraft werden sie trotzdem verwandt, da im allgemeinen keine Mißverständnisse auftreten.

10) $e \longleftarrow e'$ soll natürlich dasselbe wie $e' \longrightarrow e$ bedeuten.

11) Bei stillschweigender Annahme $|\mathfrak{C}| \cap \mathrm{Mor}_{\mathfrak{C}} = \emptyset$.

12) monomorph auch injektiv, monic; epimorph auch surjektiv, epic; bimorph auch bijektiv, was man nicht mit isomorph = umkehrbar (Äquivalenz) verwechsle. Links kürzbar für hinten kürzbar ist nicht zweckmäßig, da sich noch keine einheitliche Schreibweise für die Komposition durchgesetzt hat: In vielen (vor allem russischen Arbeiten) findet man fg für unser gf ($Zf = Qg$).

13) Unterobjekt. Wir ziehen die Bezeichnung Teil vor, da die Teile keine Objekte sondern Morphismen (bei Auswahl) oder Äquivalenzklassen von Morphismen sind. In den konkreten Beispielkategorien vernachlässigt man oft die einbettende Abbildung; das führt allerdings manchmal zu Schwierigkeiten.

14) Vorsicht bei $A = B$ (Man vergleiche 7.10.4.2).

15) Will man „leere Monoide" ausschließen, so geht man in PuMe. Bei multiplikativer Schreibweise sagt man meist Einheit statt Neutrales.

16) Statt „Summe" oft „direkte Summe". Diese Bezeichnung wird auch für Coprodukte benutzt als Gegensatz zu Produkt = direktes Produkt. Eckmann-Hilton [10] benutzen direktes und inverses Produkt für Produkt und Coprodukt. Der Sprachgebrauch ist nicht einheitlich.

17) Injektive Funktoren sind nicht treue Funktoren: ein Funktor $F : \mathfrak{C} \longrightarrow \mathfrak{D}$ heißt treu, wenn für je zwei $A, B \in |\mathfrak{C}|$ gilt „$f, g \in \mathfrak{C}(A,B)$ und $Ff = Fg \Rightarrow f = g$". Daraus folgt nicht „$Fe = Fe' \Rightarrow e = e'$" für Einheiten, was in injektiv enthalten ist.

18) Die später einzuführenden Begriffe monomorph, epimorph, bimorph werden häufig mit injektiv, surjektiv, bijektiv bezeichnet. Ein einheitlicher Sprachgebrauch hat sich noch nicht durchgesetzt. 4.1.1 Beispiel 1(2) besagt, daß $f : X \longrightarrow Y$ (zwischen Mengen) injektiv (surjektiv) ist, genau wenn monomorph (epimorph) in jeder Kategorie von Mengen, die alle Abbildungen zwischen allen Mengen eines Universums enthält, dessen Elemente X und Y sind. Satz 3.1.2 besagt, daß ein bijektives f in jeder solchen Kategorie eine Äquivalenz ist.

19) Diese Behauptung kann man unter Benutzung der sogenannten „freien Produkte mit vereinigter Untergruppe" beweisen. - vgl. W. Specht. Gruppentheorie. Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften Bd. 82, Springer Berlin.

Literatur

Die Transkription der russischen Namen ist die der Mathematical Reviews.

[1] N. Bourbaki, Foundations of Mathematics for the Working Mathematician, J. Symb. Log. 14 (1949).

[2] N. Bourbaki, Description de la Mathématique Formelle, (Théorie des Ensembles, chap. I), Paris 1960.

[3] N. Bourbaki, Théorie des Ensembles, chap. II, Paris 1960.

[4] N. Bourbaki, Topologie Générale, chap. I, 1. Auflage, Paris 1940.

[5] N. Bourbaki, Topologie Générale, chap. I, 2. Auflage, Paris 1951.

[6] D. A. Buchsbaum, Exact Categories and Duality, Trans. A. M. S. 80 (1955).

\- D. A. Buchsbaum, Exact Categories, Anhang zu [8].

[7] I. E. Burmistrovič, Einbettung einer additiven Kategorie in eine Kategorie mit direkten Produkten (russisch), Dokl. Akad. N. USSR 132 (196); englisch: Soviet Math. 1 (1960).

[8] H. Cartan (mit S. Eilenberg), Homological Algebra, Princeton 1956.

[9] C. Chevalley (mit P. Gabriel), Catégories et Foncteurs, im Erscheinen.

[10] B. Eckmann (mit P.J. Hilton), Group-Like Structures in General Categories I (Multiplications and Comultiplications), Math. Annalen 145 (1962).

[11] B. Eckmann (mit P.J. Hilton), Structure Maps in Group Theory, Fund. Math. 50 (1961 - 1962).

[12] S. Eilenberg (mit S. Mac Lane), General Theory of Natural Equivalences, Trans. A.M.S. 58 (1945).

[13] S. Eilenberg (mit N.E. Steenrod), Foundations of Algebraic Topology, Princeton 1952.

- S. Eilenberg, siehe [8].

[14] P. Freyd, Abelian Categories, Herper and Row 1964.

[15] P. Gabriel, Des Catégories Abeliennes, Bull. Soc. Math. France 90 (1962).

- P. Gabriel, siehe [9].

[16] R. Godement, Cours d'Algebre, Paris 1963.

[17] A. Grothendieck, Sur quelques Points d'Algebre Homologique, Tohoku Math. J. 9 (1957).

[18] P. R. Halmos, Naive Set Theory, Van Nostrand 1960.

[19] P. J. Hilton, The Fundamental Group as a Functor, Bull. Soc. Math. Belgique 14 (1962).

[20] P. J. Hilton (mit W. Ledermann), Homology and Ringoids I - III, Proc. Cambridge Phil. Soc. 54 - 56 (1958 - 1960).

- P. J. Hilton, siehe [10].

- P. J. Hilton, siehe [11].

[21] F. Hirzebruch, Topologie I, Vorlesungsausarbeitung, Bonn 1961.

[22] S. T. Hu, Homotopy Theory, New York and London 1959.

[23] H.-J. Kowalski, Kategorien topologischer Räume, Math. Zeitschr. 77 (1961).

[24] A. G. Kuroš (mit A.H. Livšic und E.G. Šul'geifer), Grundzüge der Theorie der Kategorien (russisch), Usp. Matem. Nauk 15 (Heft 6, 1960); deutsch: Zur Theorie der Kategorien, Berlin 1963; englisch: Russ. Math. Surv. 15 (1960).

- W. Ledermann, siehe [20].

- A.H. Livšic, siehe [24].

[25] S. Mac Lane, Duality for Groups, Bull. A.M.S. 56 (1950), p. 485.

[26] S. Mac Lane, Homology, Berlin - Göttingen - Heidelberg 1963.

[27] S. Mac Lane, Categorical Algebra, Bull. A.M.S. 71 (1965), p. 40.

- S. Mac Lane, siehe [12].

[28] R. Montague (mit R. L. Vaught), Natural Models of Set Theories, Fund. Math. 47 (1959).

[29] L. S. Pontryagin, Topologische Gruppen; englisch: Princeton 1939, deutsch: Teubner, Leipzig 1957 und 1958.

[30] D. Puppe, Homotopiemengen und ihre induzierten Abbildungen I, Math. Zeitschrift 69 (1958).

[31] D. Puppe, On the Formal Structure of Stable Homotopy Theory, Coll. on Algebraic Topology, Aarhus 1962 (vervielfältigt).

[32] D. Puppe, Stabile Homotopietheorie I, erscheint demnächst in den Mathematischen Annalen.

- E. G. Šul'geifer, siehe [24].

[33] J. C. Shephardson, Inner Models for Set Theory I, J. Symb. Log. 16 (1951).

[34] J. Sonner, On the Formal Definition of Categories, Math. Zeitschrift 80 (1962).

- N. E. Steenrod, siehe [13].

[35] A. Tarski, Über unerreichbare Kardinalzahlen, Fund. Math. 30 (1938).

[36] A. Tarski, Notions of Proper Models for Set Theory, Bull. A.M.S. 62 (1956), p. 601.

- R. L. Vaught, siehe [28].

[37] J. H. C. Whitehead, Note on a Theorem due to Borsuk, Bull. A.M.S. 54 (1948), p. 1125.

[38] E. Zermelo, Über Grenzzahlen und Mengenbereiche, Fund. Math. 16 (1930).

[39] Unter dem Titel „Abelsche Kategorien" erscheint eine Fortsetzung.