

Lehrbücher zur Differentialgeometrie

- M. DO CARMO, *Differentialgeometrie von Kurven und Flächen*, Vieweg 1983
W. KLINGENBERG, *Eine Vorlesung über Differentialgeometrie*, Springer 1973
W. BLASCHKE, K. LEICHTWEISS, *Elementare Differentialgeometrie*, Springer 1973
J. JOST, *Differentialgeometrie und Minimalflächen*, Springer 1994
D. LAUGWITZ, *Differentialgeometrie*, 2. Aufl., Teubner 1968
R. WALTER, *Differentialgeometrie*, 2. Aufl., B.I. 1989
D. J. STRUIK, *Lectures on Classical Differential Geometry*, Addison-Wesley 1950/1961, Nachdruck von Dover 1988

Mit besonderer Betonung von Computer-Grafiken:

- A. GRAY, *Differentialgeometrie*, Spektrum 1994
H. RECKZIEGEL, M. KRIENER, K. PAWEL, *Elementare Differentialgeometrie mit Maple*, Vieweg 1998

Lehrbücher zur Riemannschen Geometrie

- D. GROMOLL, W. KLINGENBERG, W. MEYER, *Riemannsche Geometrie im Großen*, Lecture Notes in Mathematics 55, Springer 1968
M. DO CARMO, *Riemannian Geometry*, Birkhäuser 1992
J. A. SCHOUTEN, *Der Ricci-Kalkül*, Springer 1924, Nachdruck 1978
Unter Einschluß der Allgemeinen Relativitätstheorie:
T. LEVI-CIVITA, *The absolute differential calculus (calculus of tensors)*, Dover 1977
B. O'NEILL, *Semi-Riemannian Geometry*, Academic Press 1983

Andere Lehrbuch-Literatur

Zur Analysis:

- O. FORSTER, *Analysis 1*, 5. Aufl., *Analysis 2*, 5. Aufl., *Analysis 3*, 3. Aufl., Vieweg 1999, 1984, 1984

Zur Linearen Algebra:

- G. FISCHER, *Lineare Algebra*, 11. Aufl., Vieweg 1997

Zur Funktionentheorie:

- W. FISCHER, I. LIEB, *Funktionentheorie*, Vieweg 1992

Zur Topologie:

- E. OSSA, *Topologie*, Vieweg 1992

Zu Lie-Gruppen:

- J. HILGERT, K.-H. NEEB, *Lie-Gruppen und Lie-Algebren*, Vieweg 1991

Zur Geometrie sowie zu Symmetriegruppen:

- H. KNÖRRER, *Geometrie*, Vieweg 1996

Verzeichnis mathematischer Symbole

\mathbb{Z}, \mathbb{R} ganze Zahlen, reelle Zahlen

\mathbb{R}^n reeller Zahlenraum, auch euklidischer Raum mit fest gewähltem Ursprung

\mathbb{E}^n euklidischer Raum ohne gewählten Ursprung

S^n n -dimensionale Einheits-Sphäre im \mathbb{R}^{n+1}

\mathbb{R}_1^n Minkowski-Raum oder Lorentz-Raum

H^n hyperbolischer Raum

\mathbb{C}, \mathbb{H} komplexe Zahlen, Quaternionen

$\langle \cdot, \cdot \rangle$ euklidisches Skalarprodukt, in Kap. 5–8 auch Riemannsche Metrik

$\langle \cdot, \cdot \rangle_1$ Lorentz-Metrik im Minkowski-Raum \mathbb{R}_1^3 , in Kap. 5–8 auch im \mathbb{R}_1^{n+1}

I, II, III erste, zweite, dritte Fundamentalform

g_{ij}, h_{ij}, e_{ij} erste, zweite, dritte Fundamentalform in lokalen Koordinaten

g^{ij} inverse Matrix zu g_{ij}

$h_i^k = \sum_j h_{ij} g^{jk}$ Weingartenabbildung in lokalen Koordinaten

E, F, G Gaußsche Symbole für die erste Fundamentalform $E = g_{11}, F = g_{12}, G = g_{22}$

g Riemannsche Metrik

κ Krümmung einer ebenen Kurve oder Raumkurve

τ Torsion einer Raumkurve

e_1, \dots, e_n Frenet- n -Bein einer Frenet-Kurve

$\kappa_1, \dots, \kappa_{n-1}$ Frenet-Krümmungen einer Frenet-Kurve im \mathbb{R}^n (in Kapitel 2)

$\dot{c} = \frac{dc}{dt}$ Tangentenvektor einer Kurve mit Parameter t

$c' = \frac{dc}{ds}$ Tangentenvektor einer Kurve mit Bogenlängenparameter s

U_c Windungszahl einer geschlossenen ebenen Kurve c

κ_ν Normalkrümmung einer Kurve in einer Fläche

κ_g geodätische Krümmung einer Kurve in einer Fläche

ν Gaußsche Normalenabbildung

L Weingartenabbildung

κ_1, κ_2 Hauptkrümmungen eines Flächenstücks im \mathbb{R}^3

$\kappa_1, \dots, \kappa_n$ Hauptkrümmungen eines Hyperflächenstücks im \mathbb{R}^{n+1} (in Kapitel 3)

λ Drall einer Regelfläche

dA Flächenelement eines 2-dimensionalen Flächenstücks

dV Volumenelement in höheren Dimensionen

H mittlere Krümmung

K Gauß-Krümmung

K_i i -te mittlere Krümmung (bei Hyperflächenstücken)

D Richtungsableitung im \mathbb{R}^n

∇ kovariante Ableitung oder Riemannscher Zusammenhang

$[X, Y]$ Lie-Klammer zweier Vektorfelder X, Y

$\Gamma_{ij}^k, \Gamma_{ij,m}$ Christoffelsymbole

$R(X, Y)Z$ Krümmungstensor

R_{ijk}^s, R_{ijkl} Krümmungstensor in lokalen Koordinaten

$\text{Ric}(X, Y)$ Ricci-Tensor

$\text{ric}(X)$ Ricci-Krümmung in Richtung X

R_{ij} Ricci-Tensor in lokalen Koordinaten

S Skalarkrümmung

W, C Weyl-Tensor und Schouten-Tensor

\exp_p Exponentialabbildung vom Punkt p aus

Index

- abgestumpfter Würfelraum, 209
Ableitung, 2, 4, 144
Ableitungsgleichungen, 12, 96, 100, 116
Abstand, 2
abwickelbar, 83, 179
abwickelbare Fläche, 60
Abzählbarkeitsaxiom, 150
äußere Ableitung, 115, 166, 240
Affensattel, 49, 51
Archimedische Spirale, 34
Asymptotenlinie, 57, 88
Atlas, 137, 139, 159
- BANCHOFF, T., 128
BELTRAMI, E., 57, 64
Bertrand-Kurve, 36
Beschleunigungsvektor, 97
Bewegungsgruppe, 184
Bianchi-Identität, 168, 231
binäre Diëdergruppe, 209
binäre Ikosaedergruppe, 209
binäre Oktaedergruppe, 209
binäre Tetraedergruppe, 209
Binormale, 12
biquadratische Form, 170
Bivektor, 229
Böschungslinie, 16, 35, 36
Bogenelement, 40
Bogenlänge, 6
BONNET, O., 106
Brennkurve, 11
- CARTAN, É., 114
CATALAN, E.C., 78, 89
Cauchy-Riemann-Gleichungen, 69
Cayley-Abbildung, 139, 159
Cayley-Ebene, 228
Christoffelsymbole, 95, 110, 115, 154
Clifford-Torus, 22
- Codazzi-Mainardi-Gleichung, 101, 106,
116, 135, 167
COHN-VOSSEN, S., 130
Cornu-Spirale, 12
COXETER, H.S.M., 208
CR-Gleichungen, 69
- Darboux-Gleichungen, 18, 36
Darboux-Vektor, 17, 18, 36
Diëdergruppe, 208
diffeomorph, 3, 118, 141
Diffeomorphismus, 3
Differential, 4, 144, 166
Differentialform, 114
differenzierbar, 2, 140
differenzierbare Mannigfaltigkeit, 137
differenzierbare Struktur, 137
DINI, U., 64
Divergenz, 173, 174
dizyklische Gruppe, 209
Doppelpunkt, 33
Doppeltangente, 33
Drall, 59
Drehfläche, 52, 82
Drehgruppe, 207
Drehhyperboloid, 58, 59
Drehmatrix, 53, 82, 139
dritte Fundamentalform, 46, 69, 85
Dualbasis, 114, 146
Dualität, 209, 242
Dupinsche Indikatrix, 51, 57, 86
- Eigenvektor, Eigenwert, 48, 85, 176, 248
einfach zusammenhängend, 71
EINSTEIN, A., 215, 218, 243
Einstein-Raum, 175, 226, 243
Einstein-Tensor, 177, 224
Einsteinsche Feldgleichungen, 224
Ellipse, 11, 51
Ellipsoid, 49, 90, 125

- elliptischer Punkt, 49, 134
 Energiefunktional, 191
 ENNEPER, A., 57, 77
 erste Fundamentalform, 39, 46, 79, 85
 Euler-Charakteristik, 114, 122, 123, 150
 Evolute, 11, 33
 Exponentialabbildung, 156, 192

 FABRICIUS-BJERRE, FR., 33
 FENCHEL, W., 31
 Fermi-Koordinaten, 110
 Flachpunkt, 49, 72
 Fläche, 37
 Flächenklassifikation, 123, 203
 Flächenstück, 37
 Fluß, 159
 freie Beweglichkeit, 185
 Frenet-Bein, 9
 Frenet-Gleichungen, 10, 12, 18, 20, 24
 Frenet-Krümmung, 18
 Frenet-Kurve, 9
 Frenet-Matrix, 12, 18, 24
 FROBENIUS, G., 107
 Funktionaldeterminante, 43
 Funktionalmatrix, 2

 GAUSS, C.F., 102, 121, 221
 Gauß-Abbildung, 44, 85, 125
 Gauß-Bonnet-Formel, 114, 118, 221
 Gauß-Gleichung, 101, 103, 106, 116, 135, 180, 183, 248
 Gauß-Kronecker-Krümmung, 85
 Gauß-Krümmung, 49, 81, 102, 133, 167
 Gauß-Lemma, 193
 Gaußsches Normalenbild, 125
 Geodätische, 48, 84, 97, 148, 155, 191
 geodätische Krümmung, 16, 48, 87, 118
 geodätische Parallelkoordinaten, 110
 geodätische Polarkoordinaten, 194, 198
 geodätische Torsion, 87
 geodätisches Dreieck, 121
 geometrische Linearisierung, 5, 37
 Gerade, 7, 58, 84
 geschlossene Kurve, 25
 Gleitspiegelung, 201
 goldener Schnitt, 208
 Gradient, 166, 216
 Gramsche Determinante, 41, 125
 Graph, 38, 49

 Großkreis, 32, 133

 harmonische Funktion, 69
 Hauptkrümmung, 48, 85, 174, 178
 Hauptnormale, 12, 133
 Hausdorffsches Trennungsaxiom, 140
 Helikoid, 59, 77, 108
 HENNEBERG, L., 78
 Hesse-Matrix, 49
 Hesse-Tensor, 166
 HILBERT, D., 132, 182, 215, 218
 Hilbert-Einstein-Funktional, 215
 Hodge-Operator, 242, 244
 holomorph, 70, 72
 Holonomiegruppe, 157, 158, 212
 homogener Raum, 225
 Homotopie, 27
 HOPF, H., 28, 65, 133
 Hopfscher Umlaufsatz, 28, 119
 Hundesattel, 51
 Hyperbel, 24, 51
 hyperbolische Ebene, 83, 84, 158
 hyperbolischer Punkt, 49
 hyperbolischer Raum, 182, 183, 200
 Hyperboloid, 57, 58, 79, 89, 182
 Hyperebene, 86
 Hyperflächenstück, 37, 84, 211
 Hypersphäre, 86

 Ikosaedergruppe, 208
 Immersion, 2, 4, 37
 implizite Funktionen, 2
 Index, 86
 Indexform, 190
 Integrierbarkeitsbedingung, 100, 101, 103, 106, 116, 240
 irreduzibel, 226
 Isometrie, 149, 198
 Isometriegruppe, 225
 isometrisch, 111
 isotherme Parameter, 68, 71, 88
 isotrop, 24, 80, 90
 Isotropie-Untergruppe, 225

 Jacobi-Feld, 194, 196, 211
 Jacobi-Gleichung, 194
 Jacobi-Identität, 151, 168
 Jacobi-Matrix, 2

- Kanalfäche, 52
 Karte, 4, 88, 137
 Kartentransformation, 137
 Kartographie, 88
 Katenoid, 77, 108, 134
 Kegel, 61–63
 Kegeltyp, 56
 Kehllinie, 58
 Kehltyp, 56
 Kettenlinie, 7, 77, 133
 Kettenregel, 144
 Kleinsche Flasche, 138, 150, 201
 kompakt, 140
 komplexe Mannigfaltigkeit, 140
 komplexe Struktur, 141
 komplexer projektiver Raum, 227
 konform, 68, 71, 72, 149, 187
 konform flach, 86, 239, 240
 Konformkrümmung, 236
 konjugierte Minimalfläche, 77
 konjugierte Punkte, 211
 konstante Gauß-Krümmung, 55, 84, 111
 konstante Krümmung, 17, 21, 25, 55, 131, 132, 172, 183, 198, 213
 Kontraktion, 173
 kontravariant, 163
 Konvergenz, 140
 konvex, 29, 125, 126
 kosmologische Konstante, 225
 Koszul-Formel, 153, 237
 kovariant, 163
 kovariante Ableitung, 93, 95, 115, 152, 165, 183
 Kovektorfeld, 164
 Kreis, 7, 15, 16, 52
 Krümmung, 10, 12, 14, 24, 47, 81, 167
 Krümmungslinie, 52
 Krümmungslinienparameter, 52, 71
 Krümmungstensor, 103, 117, 167, 170, 217
 kubische Parabel, 13, 35
 Kürzeste, 99, 190
 Kugelkoordinaten, 40
 KUIPER, N.H., 128
 Kurve, 5, 6
 längentreu, 111
 Lagrangescher Multiplikator, 48
 Laplace-Beltrami-Operator, 174, 239
 Laplace-Operator, 172, 174, 249
 Leitkurve, 58
 Levi-Civita-Zusammenhang, 152
 lichtartig, 23
 lichtartige Gerade, 24
 Lichtkegel, 23, 79
 LIE, S., 150
 Lie-Ableitung, 151
 Lie-Algebra, 156
 Lie-Gruppe, 156, 226
 Lie-Klammer, 94, 150, 159
 LIEBMANN, H., 32, 131, 132
 Linsenraum, 209, 212
 logarithmische Spirale, 34
 lokal isometrisch, 172
 lokalkompakt, 140
 Lorentz-Drehung, 82, 186
 Lorentz-Metrik, 147, 150
 Lorentz-Raum, 23, 184
 Lorentz-Transformation, 185
 Lorentzgruppe, 184
 Mannigfaltigkeit, 137
 Maßtensor, 161
 Maurer-Cartan-Gleichungen, 116
 MERCATOR, G., 88
 Mercator-Projektion, 88
 Meridiankurve, 52
 meromorph, 72, 141
 MEUSNIER, M., 48
 Minimalfläche, 67, 90
 Minkowski-Raum, 23, 78, 147, 184
 mittlere Krümmung, 49, 67, 85, 89
 mittlerer Krümmungsvektor, 69
 MÖBIUS, A., 43
 Möbiusband, 43, 201
 Momentangeschwindigkeit, 6
 MONGE, G., 90
 Mongesche Fläche, 90
 Mongesche Koordinaten, 49
 multilinear, 163
 Nabelpunkt, 49, 86
 Neilsche Parabel, 7, 13
 nicht-euklidische Geometrie, 84, 122, 134
 Norm, 1, 147
 Normalebene, 13
 Normalenraum, 4, 38
 Normalenvektor, 10

- Normalkoordinaten, 192, 193
 Normalkrümmung, 48, 118
 Normalschnitt, 48
 Nullkegel, 23, 79
 Nullvektor, 23, 182
- Oberfläche, 67
 Oberflächenintegral, 41
 Oktaeder, 208
 Oktaedergruppe, 208
 Oktaederraum, 209
 orientierbar, 42, 140, 203
 orthogonale Gruppe, 139, 184
 Orthogonalisierungsverfahren, 9, 80
 Ortsvektor, 42
- Parabel, 13
 parabolischer Punkt, 49
 Paraboloid, 51, 89
 parallel, 97, 155
 Parallelen-Axiom, 84
 Parallellfläche, 90
 Parameter, 37
 Parametertransformation, 43
 parametrisierte Kurve, 6
 Parametrisierung, 4, 137
 Petrov-Typ, 247
 Pfaffsche Form, 114
 Poincaré-Halbebene, 134, 148
 Polarisierung, 170
 Polarkoordinaten, 26, 186
 Polarwinkel, 26, 28
 Potentialgleichung, 239
 Prismenraum, 209
 Produktregel, 165
 Profilkurve, 52
 projektive Ebene, 139, 148
 projektiver Raum, 227
 pseudo-euklidisch, 181
 pseudo-hyperbolischer Raum, 184
 pseudo-Riemannsche Metrik, 147
 Pseudo-Sphäre, 184
 Pseudosphäre, 56
- quadratisches Differential, 40
 quaternionaler projektiver Raum, 228
 Quaternionen, 206
 Quaternionengruppe, 211
 Quaternionenraum, 210
- Rang, 2
 Rangsatz, 3
 raumartig, 23, 80, 182
 Raumform, 199, 203, 209
 Raumkurve, 12
 Raumzeit, 213, 214, 224, 244
 Regelfläche, 58, 83
 reguläre Kurve, 6
 rektifizierende Ebene, 13, 18
 Relativitätstheorie, 23, 147, 218, 224
 RICCI, G., 143, 167
 Ricci-Kalkül, 143
 Ricci-Krümmung, 176, 180
 Ricci-Tensor, 174, 228, 234, 235
 Richtungsableitung, 67, 92, 142, 152
 Richtungsfeld, 150
 Richtungsvektor, 42
 RIEMANN, B., 136, 195
 Riemannsche Mannigfaltigkeit, 147
 Riemannsche Metrik, 147
 Riemannsche Normalkoordinaten, 192
 Riemannsche Übertragung, 152
 Riemannsche Zahlenkugel, 141
 Riemannscher Zusammenhang, 152
 RODRIGUES, O., 48
 Rotationsfläche, 52
 Rotationstorus, 39, 89
- Sattelpunkt, 51
 Scheitelpunkt, 9, 31
 SCHERK, H.F., 77
 Schiebfläche, 52
 Schleppkurve, 8, 56
 Schmiegebene, 13, 48
 Schmiegleis, 11
 Schmiegekugel, 15
 Schmiegeparabel, 9, 33, 35
 Schmiegeparaboloid, 51
 Schnittkrümmung, 169, 170, 195, 243
 SCHOUTEN, J.A., 240
 Schouten-Tensor, 234, 240
 Schraubenlinie, 7, 17, 22
 Schraubregelfläche, 59, 64
 Schraubung, 7, 25, 59, 90, 206
 SCHUR, F., 171
 SCHWARZ, H.A., 78
 Schwarzschild-Metrik, 160, 249
 selbstadjungiert, 45, 230
 semi-Riemannsche Metrik, 147

- semikubische Parabel, 7
 Singularität, 37, 54, 56, 62, 65, 70, 79
 Skalarkrümmung, 104, 134, 174, 180, 215, 218, 228, 236
 Skalarprodukt, 1, 68, 147
 Skalierung der Metrik, 172, 223
 Sphäre, 38, 40, 44, 47, 51, 88, 135, 182
 sphärische Koordinaten, 35, 85
 sphärische Kurve, 15, 35
 sphärischer Dodekaederraum, 209
 Spindeltyp, 56
 Spinnkurve, 11, 12
 Spirale, 34
 Spur, 49, 173, 216, 241
 Standardparameter einer Regelfläche, 58
 Standgruppe, 225
 STOKES, G., 117, 221
 straff, 127
 Streckeebene, 13
 Strecktorse, 89
 Striktionslinie, 58, 59
 Strukturen, 140
 Submersion, 2, 4
 Symmetrien der Standard-Räume, 184

 Tangente, 6, 195
 Tangentenfläche, 61, 62
 Tangentenvektor, 6
 Tangentialbündel, 4, 158, 212
 Tangentialebene, 38
 Tangentialhyperebene, 85
 Tangentialraum, 4, 38, 141
 Tangentialvektor, 38, 142
 Taylor-Entwicklung, 8, 13, 51, 134, 195
 Tensor, 103, 162, 163
 Tensorprodukt, 163
 Tetraeder, 208
 Tetraedergruppe, 208
 Theorema Egregium, 102, 104, 108, 161
 Topologie, 2, 140
 topologische Mannigfaltigkeit, 140
 Torse, 61, 63, 83, 179
 Torsion, 12, 14, 18, 24, 57
 Torsionstensor, 152
 Torus, 138, 148, 150, 201
 Torusfläche, 39, 89
 Torusknoten, 22
 totale Absolutkrümmung, 29–31, 126
 totale mittlere Krümmung, 89

 Totalkrümmung, 25, 27, 127, 135, 221
 Traktrix, 8, 56
 Tschebyscheff-Netz, 87

 Überlagerung, 200, 207, 214
 überschieben, 164
 Umkehrabbildung, 3
 Umlaufsatz, 28, 119
 Umlaufzahl, 26, 27
 Untermannigfaltigkeit, 3, 38

 Variation der Bogenlänge, 99, 189
 Variation der Metrik, 215
 Variation der Oberfläche, 67, 215
 Vektorfeld, 42, 146, 164
 Vektorraum, 1
 verzerrtes Produkt, 134, 159, 180
 Vielfachheit, 211
 Vier-Scheitel-Satz, 31
 vollständig, 130, 199

 Weierstraß-Darstellung, 73
 Weingarten-Fläche, 64, 90
 Weingartenabbildung, 45, 81, 85, 164, 167, 183
 Wendelfläche, 59, 77
 Wendepunkt, 10, 33
 Wente-Torus, 133
 WEYL, H., 239
 Weyl-Tensor, 237
 WHITNEY, H., 27
 WILLMORE, T., 89
 windschiefe Regelfläche, 60
 Windungszahl, 26
 Winkel, 2, 147
 winkeltreu, 68, 88
 WOLF, J., 226
 Würfelraum, 209, 210
 Wulsttyp, 56

 zeitartig, 23, 80, 182
 Zerlegung der Eins, 149
 Zusammenhang, 152
 Zusammenhangsformen, 115, 219
 Zwei-Stück-Eigenschaft, 129
 zweite Fundamentalform, 46, 81, 85, 164, 180, 248
 zyklische Gruppe, 208, 209
 Zykloide, 34
 Zylinder, 42, 61, 62, 201