Zusammenstellung der Axiome der reellen Zahlen

<table>
<tr><td colspan="2">Körperaxiome: Es sind zwei Verknüpfungen (Addition und Multiplikation) definiert, so dass folgende Axiome erfüllt sind:</td><td rowspan="3">Körper</td><td rowspan="7">angeordneter Körper</td><td rowspan="8">archimedisch angeordneter Körper</td><td rowspan="9">vollständiger archimedisch angeordneter Körper</td></tr>
<tr><td>Axiome der Addition
Assoziativgesetz
Kommutativgesetz
Existenz der Null
Existenz des Negativen</td><td>Axiome der Multiplikation
Assoziativgesetz
Kommutativgesetz
Existenz der Eins ($\neq 0$)
Existenz des Inversen
(zu Elementen $\neq 0$)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Distributivgesetz</td></tr>
<tr><td colspan="3">Anordnungsaxiome: Es sind gewisse Elemente als positiv ausgezeichnet ($x > 0$), so dass folgende Axiome erfüllt sind:</td></tr>
<tr><td colspan="3">Für jedes Element x gilt genau eine der Beziehungen
$x > 0, \; x = 0, \; -x > 0$</td></tr>
<tr><td colspan="3">$x > 0 \wedge y > 0 \quad \Rightarrow \quad x + y > 0$</td></tr>
<tr><td colspan="3">$x > 0 \wedge y > 0 \quad \Rightarrow \quad xy > 0$</td></tr>
<tr><td colspan="4">Archimedisches Axiom: Zu $x > 0$, $y > 0$ existiert eine natürliche Zahl n mit $nx > y$.</td></tr>
<tr><td colspan="5">Vollständigkeitsaxiom: Jede Cauchy-Folge konvergiert.</td></tr>
</table>

Literaturhinweise

Einführungen in die Analysis

[BF] M. Barner und F. Flohr: Analysis I. De Gruyter, 4. Aufl. 1991.

[Bl] Ch. Blatter: Analysis 1. Springer, 4. Aufl. 1991.

[Brö] Th. Bröcker: Analysis 1. Spektrum, Akad. Verl. 1992.

[FW] O. Forster und R. Wessoly: Übungsbuch zur Analysis 1. Vieweg 1995.

[He] H. Heuser: Lehrbuch der Analysis, 1. Teubner 1998.

[Ho] H.S. Holdgrün: Analysis, Band 1. Leins Verlag Göttingen 1998.

[Ka] W. Kaballo: Einführung in die Analysis I. Spektrum, Akad. Verl. 1995

[Kö] K. Königsberger: Analysis 1. Springer 1991.

[Wa] W. Walter, Analysis I. Springer 1997.

Weitere im Text zitierte Literatur

[AH] J. Arndt und Ch. Haenel: Pi. Algorithmen, Computer, Arithmetik. Springer 1998.

[BM] R. Braun und R. Meise: Analysis mit Maple. Vieweg 1995.

[Br] D.S. Bridges: Computability. A Mathematical Sketchbook. Springer 1994.

[Fi] G. Fischer: Lineare Algebra. Vieweg, 11. Aufl. 1997.

[Fo] O. Forster: Algorithmische Zahlentheorie. Vieweg 1996.

[H] D. Hilbert: Grundlagen der Geometrie, Teubner, 12. Aufl. 1987.

[HU] J.E. Hopcroft und J.D. Ullman: Einführung in die Automatentheorie, Formale Sprachen und Komplexitätstheorie. Oldenbourg 1994.

[L] E. Landau: Grundlagen der Analysis. Teubner 1930. Nachdruck Chelsea.

[SG] H. Stoppel und B. Griese: Übungsbuch zur Linearen Algebra. Vieweg 1997.

[Z] H.D. Ebbinghaus et al.: Zahlen. Springer 1992.

Namens- und Sachverzeichnis

Symbolverzeichnis

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$ = Menge der natürlichen Zahlen

$\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \ldots\}$ = Menge der ganzen Zahlen

$\mathbb{Q} = \{\frac{p}{q} : p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0\}$ = Körper der rationalen Zahlen

$\mathbb{R}$ = Körper der reellen Zahlen

$\mathbb{R}^*$ = Menge der reellen Zahlen $\neq 0$

$\mathbb{R}_+$ = Menge der reellen Zahlen $\geqslant 0$

$\mathbb{R}_+^*$ = Menge der reellen Zahlen > 0

$\mathbb{C}$ = Körper der komplexen Zahlen, 119

$\mathbb{F}_2$ = Körper mit zwei Elementen, 16

$[a,b], [a,b[,]a,b],]a,b[$ Intervalle, 78

$\lfloor x \rfloor$ = floor(x) = größte ganze Zahl $\leqslant x$, 24

$\lceil x \rceil$ = ceil(x) = kleinste ganze Zahl $\geqslant x$, 24

$[x]$ Gauß-Klammer, alte Bezeichnung für $\lfloor x \rfloor$

$|x|$ Betrag einer reellen oder komplexen Zahl, 22, 121

$\|x\|_p$ p-Norm für Vektoren, 160

$\|f\|_p$ p-Norm für Funktionen, 188

$\|f\|_K$ Supremumsnorm, 221

f_+, f_- positiver (negativer) Anteil einer Funktion, 183

f'_+, f'_- rechtsseitige (linksseitige) Ableitung, 145

$f \mid A$ Beschränkung einer Abbildung $f: X \to Y$ auf eine Teilmenge $A \subset X$

$a_n \sim b_n$ asymptotische Gleichheit von Folgen, 212

Die üblichen Bezeichnungen aus der Mengenlehre werden als bekannt vorausgesetzt, siehe etwa [Fi], Abschnitt 1.1. Insbesondere ist bei der Teilmengenrelation $A \subset X$ die Gleichheit $A = X$ zugelassen.

Inhaltsverzeichnis