

Lösungen zu den Aufgaben

1. Die Ergebnisse lauten:

a₁) $4^{4+4} = 4^8 = 65\,536$; a₂) $(4 \cdot 4)^4 = 16^4 = 65\,536$; b) x^3y ;
c) $(3 \cdot 5)^{x+2} = 15^{x+2}$; d) $2^{5 \cdot 3} = 2^{15} = 32\,768$; e) $7^{(x+4)^x} = 7^{x^2+4x}$.

2. a) $2^5 = 32$; b) $\left(\frac{x^2 - b^2}{x + b}\right)^6 = (x - b)^6$
c) 8^3 ; d) $x^{12} : x^{12} = 1$;
e) -128 ; f) $+x^6$; g) $6^0 = 1$;
h) 1 ; i) $\frac{1}{25}$; j) $\frac{1}{1\,296}$
k) $7^{-4 - (-2)} = 7^{-2} = \frac{1}{7^2} = \frac{1}{49}$; l) 1

3. a) $\sqrt[4]{28}$; b) $\sqrt[3]{114}$

4. a) $\sqrt[3]{36}$; b) $\sqrt[4]{x^7}$; c) $\frac{1}{3^{\frac{4}{5}}} = \frac{1}{\sqrt[5]{3^4}}$

d) $4^{\frac{7}{2}} = \frac{1}{\frac{7}{4^2}} = \frac{1}{\sqrt[2]{4^7}}$; e) $\frac{1}{8^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\sqrt[2]{8^3}}$

5. a) $\sqrt[6]{64} = 2$; b) $\sqrt[8]{16^2} = \sqrt[4]{16} = 2$; c) $\frac{128}{2} = \sqrt[3]{64} = 4$

6. a) $7\sqrt{3}$; b) $9\sqrt{5}$; c) $6\sqrt[3]{3}$

d) $13\sqrt{2}$

7. a) $x = 2$; b) $x = 4$; c) $x = 5$

d) $x = 4$

8. a) $x = 4$; b) $x = 4$; c) $x = 0,5$

9. a) $x = 2,366 \dots$; b) $x = 9,964 \dots$; c) $x = 0,1230 \dots$

10. Aus $a_n = aq^{n-1}$ entsteht $q = \sqrt[n-1]{\frac{a_n}{a}} = \sqrt[10]{\frac{6\,000}{1}} = \text{rd. } 2,39 \text{ Personen.}$

11. Der Vermehrungsfaktor q ergibt sich aus $\frac{10\,250}{10\,000} = 1,025$

a) $a_{11} = 10\,000 \cdot 1,025^{10} = 12\,801 \text{ Festmeter}$

b) Zwei Möglichkeiten:

(1) fallende Folge mit $q = \frac{9756,1}{10\,000} = 0,97561$

$a_n = 10\,000 \cdot 0,97561^{10} \approx 7\,812 \text{ Festmeter}$

(2) steigende Folge, wobei a unbekannt, $q = 1,025$, $n = 11$, $a_{11} = 10\,000$ ist.

$10\,000 = a \cdot 1,025^{10} \quad a = \frac{10\,000}{1,025^{10}} \approx 7\,812 \text{ Festmeter}$

12. Fallende Folge mit $q = 0,97$, $a = 100$, $a_n = 50$, gesucht n

$50 = 100 \cdot 0,97^{n-1} \quad n - 1 = \frac{\log 0,5}{\log 0,97} = 22,7$

$n = 23,7 \text{ Glieder} = 22,7 \text{ Jahre.}$

13. Unendliche fallende Folge mit $a = \frac{171}{1\,000}$; $q = \frac{1}{1\,000}$; $s_n = \frac{\frac{171}{1\,000}}{1 - \frac{1}{1\,000}} = \frac{171}{999}$

Ergebnis $5 \frac{171}{999} = 5 \frac{19}{111}$

14. Alle Angebote liegen dicht beieinander. Die genaue Auswertung ergibt jedoch einen Barwert für

Angebot 1: 800 000 DM = günstigstes Angebot

Angebot 2: 791 763 DM

Angebot 3: 796 972 DM

15. Es ist $1\,000 = 760 \cdot q^5$

$q = 1,056$

$p = 5,6 \%$

16. Es ist $2a = a \cdot q^{13}$
 $q = \sqrt[13]{2} = 1,055$
 $p = 5,5 \%$

17. Die Aufgabe kann als fallende Folge mit dem Abzinsungsfaktor $q = \frac{1}{1,03} = 0,97087$ berechnet werden.

Einfacher ist: $500\,000 \cdot 0,995^n = 485\,000$

$$0,995^n = 0,97$$

$$n = \frac{\log 0,97}{\log 0,995} = 6,076 \text{ Jahre}$$

18. Der Barwert der drei Zahlungen errechnet sich aus

$$a \cdot 1,09^3 = 27\,000 \cdot \frac{1,09^3 - 1}{1,09 - 1}$$

$$a = 68\,345 \text{ DM}$$

Die neuen Raten bei 6maliger Zahlung müssen dem gleichen Barwert entsprechen:

$$r \cdot \frac{1,09^6 - 1}{1,09 - 1} = 68\,345 \cdot 1,09^6$$

$$r = 15\,235 \text{ DM}$$

19. $r \cdot 1,03 \cdot \frac{1,03^{15} - 1}{1,03 - 1} = 80\,000$

$$r = 4\,176 \text{ DM (Prämie)}$$

20. Berechnung des Barwertes aus

$$a \cdot 1,03^{25} = 12\,000 \cdot 1,03 \cdot \frac{1,03^{25} - 1}{1,03 - 1}$$

$$a = 215\,227$$

$$\text{davon } \frac{1}{3} = 71\,742 \text{ DM}$$

$$21. \quad 200\,000 \cdot 1,03^n = 18\,000 \cdot 1,03 \cdot \frac{1,03^n - 1}{1,03 - 1}$$

nach Vereinfachung ergibt sich:

$$200\,000 \cdot 1,03^n = 618\,000 (1,03^n - 1)$$

$$1,03^n = 3,09 (1,03^n - 1)$$

$$1,03^n = 3,09 \cdot 1,03^n - 3,09$$

$$1,03^n (1 - 3,09) = -3,09$$

$$1,03^n = 1,4784 \dots$$

$$n = \frac{\log 1,4784}{\log 1,03}$$

$$n = 13,2 \text{ Jahre}$$

1. Auflage 1982 (durchgesehen 1986)

Der Gabler Verlag ist ein Unternehmen der Verlagsgruppe Bertelsmann International.

© Betriebswirtschaftlicher Verlag Dr. Th. Gabler GmbH, Wiesbaden 1991

Lektorat: Dipl.-Kfm. Bärbel Petry

Satz: SATZPUNKT Ewert, Braunschweig

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmung und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

ISBN 978-3-409-00177-9 ISBN 978-3-322-87946-2 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-322-87946-2