**Corrections de l'article de F. Coquet et J. Mémin
"Vitesse de convergence en loi pour des solutions
d'équations différentielles stochastiques vers une diffusion"
(Séminaire de Probabilités XXVIII)**

1) Enoncé du lemme 3 p. 285 : il faut remplacer l'inégalité (19) par :

$$\overline{P}(\|\overline{X}-\overline{Y}_{\tau}\|_T > \epsilon) \leq K/\epsilon^2(\alpha + \overline{P}(\|\tau - Id\|_T > \alpha)) + \overline{P}([M^{\beta}]_T > 4T).$$

2) Ensuite p. 286 (21) doit être remplacé par :

$$\begin{aligned}\overline{P}\Big(\|\overline{X}-\overline{Y}_{\tau.}\|_T > \epsilon\Big) &\leq 4/\epsilon^2\Big(\overline{E}\Big(\|\overline{X}-\overline{X}^n\|_T^2\Big) + \overline{E}\Big[\|\overline{Y}-\overline{Y}^n\|^2_{\tau_T\wedge(T+\alpha)}\Big]\Big)\\ &\quad + \overline{P}(\tau_T > T+\alpha) + \overline{P}(S > T) \qquad (21)\end{aligned}$$

avec $S = inf\{t/[W_{\tau}]_t > 4T\}$. Les calculs estimant $\overline{E}(\|\overline{X}-\overline{X}^n\|_T^2)$ sont entâchés d'une erreur à la troisième ligne que nous a signalée L. Vostrikova. La démonstration suivante remplace la précédente jusqu'à l'inégalité (23).

$$\begin{aligned}\overline{E}\Big(\|\overline{X}-\overline{X}^n\|^2_{T\wedge S}\Big) &= \overline{E}\Big(\Big\|\int_0^{\cdot}(\sigma(\overline{X}_{s_-}) - \sigma^n(\overline{X}^n_{s_-}))dW_{\tau_s}\Big\|^2_{T\wedge S}\Big)\\ &\leq 4\overline{E}\Big(\int_0^{T\wedge S}(\sigma(\overline{X}_{s_-}) - \sigma^n(\overline{X}^n_{s_-}))^2 d[W_{\tau}]_s\Big)\\ &\leq 8\overline{E}\Big(\int_0^{T\wedge S}(\sigma(\overline{X}_{s_-}) - \sigma(\overline{X}^n_{s_-}))^2 d[W_{\tau}]_s\Big)\\ &\quad + 8\overline{E}\Big(\int_0^{T\wedge S}(\sigma(\overline{X}^n_{s_-}) - \sigma^n(\overline{X}^n_{s_-}))^2 d[W_{\tau}]_s\Big) \qquad (22)\end{aligned}$$

Calculons le dernier terme du membre de droite de (22) :

$$\begin{aligned}&\overline{E}\Big(\int_0^{T\wedge S}(\sigma(\overline{X}^n_{s_-}) - \sigma^n(\overline{X}^n_{s_-}))^2 d[W_{\tau}]_s\Big)\\ &= \sum_{k=0}^{n-1}\overline{E}\Big(\int_{kT/n\wedge S}^{(k+1)T/n\wedge S}(\sigma(\overline{X}^n_{s-}) - \sigma(\overline{X}^n_{kT/n}))^2 d[W_{\tau}]_s\Big)\\ &\leq L^2\sum_{k=0}^{n-1}\overline{E}\Big(\int_{kT/n\wedge S}^{(k+1)T/n\wedge S}(\overline{X}^n_{s-} - \overline{X}^n_{kT/n})^2 \wedge 4N^2/L^2 d[W_{\tau}]_s\Big)\\ &\leq L^2N^2\sum_{k=0}^{n-1}\overline{E}\Big(\int_{kT/n\wedge S}^{(k+1)T/n\wedge S}(W_{\tau_{s-}} - W\tau_{kT/n})^2 \wedge 4/L^2 d[W_{\tau}]_s\Big)\end{aligned}$$

Notant $B(\alpha) = \{\omega : \sup_{t \leq T} |\tau_t(\omega) - t| > \alpha\}$ et $I_k = [kT/n - \alpha, (k+1)T/n + \alpha]$, la ligne précédente devient :

$$\begin{aligned}
&\leq O(\overline{P}(B(\alpha)))\\
&+ 2L^2N^2 \sum_{k=0}^{n-1} \overline{E}\Big(\sup_{t\in I_k}(W_t - W_{kT/n})^2 1_{B^c(\alpha)}([W_\tau]_{(k+1)T/n\wedge S} - [W_\tau]_{kT/n\wedge S})\Big)\\
&\leq O(\overline{P}(B(\alpha)))\\
&+ 2L^2N^2 \sum_{k=0}^{n-1} \overline{E}(\sup_{t\in I_k}(W_t - W_{kT/n})^4)^{1/2}\Big(\overline{E}(([W_\tau]_{(k+1)T/n\wedge S} - [W_\tau]_{kT/n\wedge S})^2 1_{B^c(\alpha)})\Big)^{1/2}\\
&\leq O(\overline{P}(B(\alpha))) + 2KL^2N^2 \sum_{k=0}^{n-1}(2\alpha + T/n)^2
\end{aligned}$$

(On a écrit que $\overline{E}(\sup_{t\in I_k}(W_t - W_{kT/n})^4) \leq K^2(2\alpha + T/n)^2$ et que $\overline{E}\Big(([W_\tau]_{(k+1)T/n\wedge S} - [W_\tau]_{kT/n})^2 1_{B^c(\alpha)}\Big) \leq \overline{E}\Big(([W]_{(k+1)T/n+\alpha} - [W]_{kT/n-\alpha})^2\Big)$).
En prenant $n = [1/\alpha]$, l'inégalité précédente est alors majorée par :

$$O(\overline{P}(B(\alpha))) + 36KL^2N^2(1+T)\alpha$$

On a donc en définitive

$$\overline{E}\Big(\|\overline{X} - \overline{X}^n\|^2_{T\wedge S}\Big) \leq O(\overline{P}(\|\tau - Id\|_T > \alpha)) + O(\alpha) + 8L^2 \int_0^T \overline{E}\Big(\|\overline{X} - \overline{X}^n\|^2_s\Big)ds,$$

d'où, en utilisant le lemme 1 avec $U = \|\overline{X} - \overline{X}^n\|^2$ et $A = [W_\tau]$, on obtient :

$$\overline{E}\Big(\|\overline{X} - \overline{X}^n\|^2_{T\wedge S}\Big) \leq O(\overline{P}(\|\tau - Id\|_T > \alpha) + \alpha). \tag{23}$$

La modification de l'inégalité (19) ne change rien à l'estimation finale, le terme $\overline{P}(S > T) = \overline{P}([M^\beta]_T > 4T)$ étant déjà comptabilisé dans le lemme 2.