Berichtigung zu der vorstehenden Arbeit: Wilhelm Damköhler, Funktionen geringster Steilheit.

Nach Drucklegung meiner Arbeit bemerkte ich folgende Unstimmigkeit:

Der Seite 133 (§ 15, letzter Absatz) vollzogene Schluß auf die Gültigkeit der Ungleichung

$$T_f \geqq \mathfrak{q}(\mathfrak{c})$$

für flächenhaft verteilte Punktmengen $\mathfrak{M}$ ist insofern nicht stichhaltig, als es bei der Weite der Kurvenklasse $\mathfrak{C}(\mathfrak{B}, \mathfrak{M})$ sehr wohl geschehen kann, daß auf einer Kurve $\mathfrak{c}$ die Teilmenge $\mathfrak{c}'$ ein positives Lebesguesches Maß besitzt und daß dennoch in keinem ihrer Punkte von der Funktion $f(x, y) \subset \mathfrak{F}(\mathfrak{B}, \mathfrak{M})$ die Ungleichung

$$\frac{df}{ds_{\mathfrak{c}}} \geqq \Delta(x, y) \tag{1}$$

erfüllt wird; denn sobald der Durchschnitt der Menge $\mathfrak{c}'$ mit einer Integralkurve C des Gleichungssystems

$$\dot{x} = \xi_1(x, y), \quad \dot{y} = \xi_2(x, y) \tag{2}$$

auf C nur eine Menge vom Lebesgueschen Maße Null ausschneidet, braucht ja dort (1) nicht zu bestehen. Nun lassen sich aber Beispiele konstruieren, bei welchen eine rektifizierbare Kurve $\mathfrak{c}$ eine „Parallelfaserung" sozusagen monoton durchsetzt, d. h. jede einzelne Faser nur in einem einzigen Punkte schneidet, und bei welcher dennoch die Menge der Punkte $\mathfrak{c}'$, in denen $\mathfrak{c}$ die Fasern gleichsinnig berührt, auf $\mathfrak{c}$ gemessen ein positives Lebesguesches Maß besitzt.

Um daher die Schlüsse des § 15 und damit die Aussage des Hauptsatzes in § 16 aufrecht erhalten zu können, müssen wir die Kurvenklasse $\mathfrak{C}(\mathfrak{B}, \mathfrak{M})$ verengen zu der Klasse $\mathfrak{C}^*(\mathfrak{B}, \mathfrak{M})$ und haben mithin zu definieren: $\mathfrak{C}^*(\mathfrak{B}, \mathfrak{M})$ umfaßt die Gesamtheit aller geschlossenen rektifizierbaren und orientierten Kurven $\mathfrak{c}$ des Bereiches $\mathfrak{B}$, bei welchen der Durchschnitt $\mathfrak{c}'$ derjenigen ihrer Punkte mit der abgeschlossenen Punktmenge $\mathfrak{M}$, in denen die orientierten Linienelemente $d s_{\mathfrak{c}}$ von $\mathfrak{c}$ die Vektoren (ξ_1, ξ_2) gleichsinnig berühren, folgenden Aufbau gestattet: $\mathfrak{c}'$ ist die Vereinigung einer Menge $\mathfrak{n}$ vom auf $\mathfrak{c}$ gemessenen linearen Maße Null und einer Summe höchstens abzählbar unendlich vieler Mengen $\mathfrak{c}_i'$, deren jede ganz einer einzelnen Feldkurve C_i des Gleichungssystems (2) angehört und auf ihr ein positives oder verschwindendes Lebesguesches Maß haben darf:

$$\mathfrak{c}' = \mathfrak{n} + \sum_i \mathfrak{c}_i'.$$

Man überzeugt sich dann leicht, daß für das auf dieser engeren Kurvenklasse $\mathfrak{C}^*(\mathfrak{B}, \mathfrak{M})$ definierte Funktional $\mathfrak{q}(\mathfrak{c})$ alle früher bewiesenen Sätze ebenfalls gelten und daß für den Fall, daß $\mathfrak{M}$ auf endlich oder abzählbar unendlich vielen getrennt liegenden Integralkurvenbögen C von (2) verteilt ist, $\mathfrak{C}^*(\mathfrak{B}, \mathfrak{M})$ mit der alten Kurvenklasse $\mathfrak{C}(\mathfrak{B}, \mathfrak{M})$ zusammenfällt. Der Hauptsatz des § 16 aber nimmt jetzt folgenden Wortlaut an:

Hauptsatz. *Ist die abgeschlossene Punktmenge $\mathfrak{M}$ im Innern des einfach zusammenhängenden Bereiches $\mathfrak{B}$ irgendwie verteilt und liegt auf ihr keine geschlossene Integralkurve des Systems*

$$\dot{x} = \xi_1(x, y), \quad \dot{y} = \xi_2(x, y),$$

so enthält die Funktionenklasse $\mathfrak{F}(\mathfrak{B}, \mathfrak{M})$ stets mindestens eine Funktion $\Phi(P)$ kleinstmöglicher Steilheit

$$T_\Phi = T(\mathfrak{B}, \mathfrak{M})$$

und diese minimale Steilheit läßt sich aus der Betrachtung der Dichtigkeitsverteilungen derjenigen Punkte $\mathfrak{c}' \subset \mathfrak{c}$, in denen die Kurven $\mathfrak{c} \subset \mathfrak{C}^*(\mathfrak{B}, \mathfrak{M})$ auf $\mathfrak{M}$ die Vektoren (ξ_1, ξ_2) gleichsinnig berühren, nach der Formel

$$T(\mathfrak{B}, \mathfrak{M}) = \bar{\mathfrak{q}}(\mathfrak{B}, \mathfrak{M}) = \underset{\mathfrak{c} \subset \mathfrak{C}^*(\mathfrak{B}, \mathfrak{M})}{\text{obere Grenze}}\ \mathfrak{q}(\mathfrak{c})$$

berechnen.

N. B. Für die Betrachtungen des Teiles B (Funkt. Kl. $\mathfrak{F}_{st}(\mathfrak{B}, \mathfrak{M})$) bleibt es selbstverständlich bei der alten Kurvenklasse $\mathfrak{C}(\mathfrak{B}, \mathfrak{M})$, die alle geschlossenen rektifizierbaren und orientierbaren Kurven $\mathfrak{c}$ aus $\mathfrak{B}$ umfaßt, welche überhaupt $\mathfrak{M}$ schneiden.

(Eingegangen am 17. 7. 1938.)