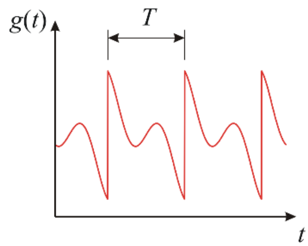
2 Fourierreihen

2.1 Periode, Frequenz und Kreisfrequenz

Für ein periodisches (Zeit-)Signal $g(t)$ mit Periode T gilt:

$$g(t+T) = g(t) \tag{654}$$

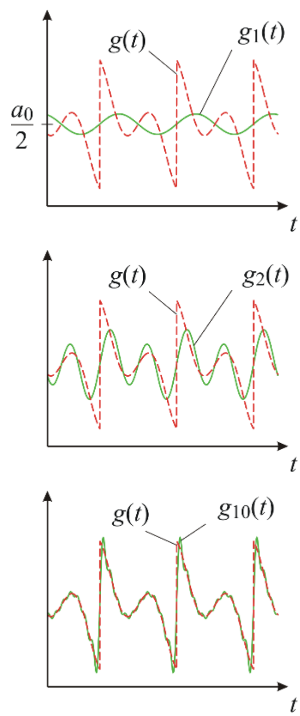


Zusammenspiel mit Frequenz f und Kreisfrequenz ω:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} \tag{655}$$

Verwechslungsgefahr: f wird sowohl für Frequenzen als auch für Funktionen verwendet.

2.2 Fourier-Analyse



Ziel: Zerlegung von $g(t)$ in harmonische Bestandteile, also in eine Grundschwingung mit der Grundfrequenz

$$f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{1}{T} \tag{656}$$

und in Oberschwingungen mit höheren Frequenzen bzw. Kreisfrequenzen:

$$\omega_n = 2\pi f_n = n \cdot \omega_1 \tag{657}$$

Partialsumme:

$$g_m(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{m} a_n \cos(\omega_n t) + b_n \sin(\omega_n t) \tag{658}$$

Fourierreihe durch Grenzwertbildung:

$$g(t) = \lim_{m\to\infty} g_m(t) \tag{659}$$

2.3 Symmetrische Funktionen

Ausnutzung von Symmetrien:

- Bei geraden Funktionen $g(t) = g(-t)$ verschwinden die Sinusterme: $b_n = 0$
- Bei ungeraden Funktionen $g(t) - \frac{a_0}{2} = -g(-t) + \frac{a_0}{2}$ keine Kosinusterme: $a_n = 0$

L. Nasdala, *Mathematik 2 Beweisaufgaben*, https://doi.org/10.1007/978-3-658-27433-7_11